

质点运动学小结

质点运动学综合练习

一、教学要求

掌握位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量。能借助于直角坐标系计算质点在平面内运动时的速度、加速度。能计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

二、内容提要

1. 基本物理量

(1). 位置矢量(运动方程)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k},$$

$$\text{速度 } \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

$$\text{加速度 } \bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k}$$

$$\text{切向加速度 } a_t = \frac{dv}{dt}, \quad \text{法向加速度 } a_n = \frac{v^2}{\rho}.$$

(2). 圆周运动的角量描述

$$\theta = \theta(t), \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

角量与线量的关系

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta, \quad v = \omega r,$$

$$a_t = r\beta, \quad a_n = r\omega^2.$$

2、相对运动 理解伽利略相对性原理，理解伽利略坐标、速度变换。

$$\bar{v} = \bar{u} + \bar{v}'$$

1. 一质点在 $x = 10 \text{ m}$ 处，由静止开始沿 Ox 轴正方向运动，它的加速度 $a = 6t \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$ ，经过 5 s 后，它的位置应该位于 $x = \underline{135} \text{ m}$ 处。

2. 在 x 轴上作变加速直线运动的质点，已知其初速度为 v_0 ，初始位置为 x_0 ，加速度 $a = Ct^2$ (其中 C 为常量)，则其速度与时间的关系为 $v = \underline{v_0 + \frac{1}{3} Ct^3}$ ，运动学方程为 $x = \underline{x_0 + v_0 t + \frac{1}{12} Ct^4}$ 。

3. 已知质点的运动学方程为 $\bar{r} = (5 + 2t - \frac{1}{2}t^2)\mathbf{i} + (4t + \frac{1}{3}t^3)\mathbf{j}$ (SI)，当 $t = 2 \text{ s}$ 时，加速度的大小为 $a = \underline{\sqrt{17} \text{ (m/s}^2\text{)}}$ ；加速度 \bar{a} 与 x 轴正方向间夹角 $\alpha = \underline{\pi + \arctan(-4)}$ 。

4. 已知质点的运动方程为 $\bar{r} = 2t^2\mathbf{i} + \cos \pi t \mathbf{j}$ ，则其速度 $\bar{v} = \underline{4t\mathbf{i} - \pi \sin(\pi t)\mathbf{j}}$ ，加速度 $\bar{a} = \underline{4\mathbf{i} - \pi^2 \cos(\pi t)\mathbf{j}}$ ；当 $t = 1 \text{ s}$ 时，质点的切向加速度 $a_t = \underline{4}$ ；法向加速度 $a_n = \underline{\pi^2}$ 。

5. 质点沿 X 轴作直线运动，其 $v-t$ 图象为一曲线，如图所示，则以下说法正确的是 [B]

动力学内容小结

一、教学要求

1. 掌握牛顿三定律及其适用条件。能用微积分方法求解一维变力作用下简单的质点动力学问题。

3. 掌握功的概念，能计算直线运动情况下变力的功。理解保守力做功的特点及势能的概念，会计算重力、弹性力和万有引力势能。

2. 掌握质点的动能定理和动量定理，通过质点在平面内的运动情况理解角动量（动量矩）和角动量守恒定律，并能用它们分析、解决质点在平面内运动时的简单力学问题。掌握机械能守恒定律、动量守恒定律，掌握运用守恒定律分析问题的思想和方法，能分析简单系统在平面内运动的力学问题。

二、内容提要

1、牛顿三定律(略)；

惯性系(略)；非惯性系(略)；

惯性力: 平动加速参照系 $F_{\text{惯}} = -ma$

(a 为非惯性系相对惯性系的加速度)。

匀速转动参照系的惯性离心力 $F_{\text{惯}} = m\omega^2 r$

2、动量 $P = mv$,

冲量 $I = \int_{t_1}^{t_2} F dt$,

质点及质点系的动量定理 $I = \int_{t_1}^{t_2} F dt = P_2 - P_1$,

动量守恒定律:

(1) $F_{\text{外}} = 0$, $p = \text{恒量}$,

(2) $(F_{\text{外}})_{\text{某方向}} = 0$, $p_{\text{某方向}} = \text{恒量}$,

(3) $F_{\text{外}} \ll f_{\text{内}}$, $p \approx \text{恒量}$

$(F_{\text{外}})_{\text{某方向}} \ll (f_{\text{内}})_{\text{某方向}}$, $p_{\text{某方向}} \approx \text{恒量}$

3、功 $A = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B F dl \cos\alpha$

$$= \int_A^B F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

功率 $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$,

动能定理

$$A = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = E_{kB} - E_{kA} = mv_B^2/2 - mv_A^2/2$$

保守力 $E_p = \oint \mathbf{F}_{\text{保}} \cdot d\mathbf{l} = 0$,

势能 $E_p = \int_{\text{场点}}^{\text{势能零点}} \mathbf{F}_{\text{保}} \cdot d\mathbf{l}$,

重力势能(以坐标原点为势能零点) $E_p = mgy$

引力势能(以无限远为势能零点) $E_p = -GMm/r$

弹性势能(以无伸长点为势能零点) $E_p = kx^2/2$

势能公式

$$A_{\text{保}} = \int_A^B \mathbf{F}_{\text{保}} \cdot d\mathbf{l} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p;$$

功能原理 $A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = E_2 - E_1$
 $= (E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1})$;

机械能守恒

条件 $A_{\text{外}} = 0$, $A_{\text{非保内}} = 0$,

结论 $E = E_k + E_p = \text{恒量}$ 。

综合练习

1. 如图所示的装置中，木块 B 与水平面的接触是光滑的，子弹 A 沿水平方向射入木块后留在木块内，将弹簧压缩到最短。现将子弹、木块和弹簧合在一起作为研究对象（系统），则此系统在子

力学测试

刚体转动小结

一、教学要求:

了解转动惯量概念。理解刚体绕定轴转动的转动定律和刚体在绕定轴转动情况下的角动量守恒定律、动能定理。

二、内容提要

刚体的定轴转动

1. 运动学: 与圆周运动中角量描述相同

2. 动力学:

力矩 $M = r \times F, M = \sum r_i \times F_i, M = \int r \times dF$

转动惯量 $J_z = \sum r_i^2 \Delta m_i, J_z = \int r^2 dm;$

转动定律 $M = dL/dt, M_z = J_z \alpha;$

质点角动量 $L = r \times p,$

刚体角动量 $L = J\omega, L_z = J_z \omega_z;$

角动量原理 $\int_0^t M dt = L - L_0; \int_0^t M_z dt = L_z - L_{0z}$

角动量守恒 $M = 0, L = \text{恒量}; M_z = 0, L_z = \text{恒量}$

力矩的功 $A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta,$

功率 $P = dA/dt = M_z \omega;$

转动动能 $E_k = J_z \omega^2 / 2,$

刚体定轴转动的动能定理

$A = \int M_z d\theta = J_z \omega^2 / 2 - J_z \omega_0^2 / 2$

$$\begin{aligned} x &= 3t - 4t^2 + t^3 \\ v &= 3 - 8t + 3t^2 \\ a &= -8 + 6t \\ \vec{F} &= ma = -8 + 6t \\ I &= \int_0^4 F \cdot dA = -8t + 3t^2 \Big|_0^4 \\ &= -32 + 48 = 16 \end{aligned}$$

一、填空题

1. (本题 2 分)

一质点沿 x 方向运动, 其加速度随时间变化关系为:

$a = 3 + 2t(\text{SI}),$ 如果初始时刻质点的速度 $v_0 = 5\text{m/s},$ 则 t

为 3s 时质点的速度为 23m/s。

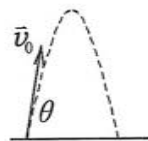
2. (本题 4 分)

一物体作斜抛运动, 初速度 \vec{v}_0 与水平方向夹角为 $\theta,$ 如图所示. 物

体轨道最高点处的曲率半径 ρ 为 $v_0^2 \cos^2 \theta / g$ 。已知质

点的运动学方程为 $\vec{r} = (5 + 2t - \frac{1}{2}t^2)\vec{i} + (4t + \frac{1}{3}t^3)\vec{j}(\text{SI})$

当 $t = 2\text{s}$ 时, 加速度的大小为 $a = \sqrt{17} \text{m/s}^2$ 。



3. (本题 4 分)

一个力 F 作用在质量为 1.0kg 的质点上, 使之沿 x 轴运动. 已

知在此力作用下质点的运动学方程为 $x = 3t - 4t^2 + t^3(\text{SI}).$ 在

0 到 4s 的时间间隔内,

(1) 力 F 的冲量大小 $I = \underline{16 \text{ N}\cdot\text{s}}$ 。

(2) 力 F 对质点所作的功 $W = \underline{176 \text{ J}}$

$$\begin{aligned} W &= \int_0^4 \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_0^4 (-8 + 6t)(3 - 8t + 3t^2) dt \\ &= \int_0^4 (-24 + t(64 + 18) + t^2(-24 - 48) + 18t^3) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &1/3 \\ &-102 \\ &11 \\ &6 \times (-6 + 4) - 96 \\ &+ 72 \end{aligned}$$

热学小结

一、教学要求

1. 了解气体分子热运动的图象。理解理想气体的压强公式和温度公式。通过推导气体压强公式, 了解从提出模型、进行统计平均、建立宏观量与微观量的联系到阐明宏观量的微观本质的思想和方法。能从宏观和统计意义上理解压强、温度、内能等概念。了解系统的宏观性质是微观运动的统计表现。

2. 了解气体分子平均碰撞频率及平均自由程。

3. 了解麦克斯韦速率分布率及速率分布函数和速率分布曲线的物理意义。了解气体分子热运动的算术平均速率、方均根速率。了解玻耳兹曼能量分布律。

4. 通过理想气体的刚性分子模型, 理解气体分子平均能量按自由度均分定理, 并会应用该定理计算理想气体的定压热容、定体热容和内能。

5. 掌握功和热量的概念。理解准静态过程。掌握热力学过程中的功、热量、内能改变量及卡诺循环等简单循环的效率。

6. 了解可逆过程和不可逆过程。了解热力学第二定律及其统计意义。了解熵的玻耳兹曼表达式。

二、内容提要

(一)、气体动理论(主要讨论理想气体)

1. 状态方程 $pV=(M/M_{\text{mol}})RT$

$$pV/T = \text{常量} \quad p = nkT$$

2. 压强公式

$$p = nm\bar{v}^2/3 = \rho \bar{v}^2/3 = 2n\bar{\epsilon}_t/3$$

3. 平均平动动能与温度的关系

$$\bar{w} = m\bar{v}^2/2 = 3kT/2$$

4. 常温下分子的自由度

单原子 $i=t=3$

双原子 $i=t+r=3+2=5$

多原子 $i=t+r=3+3=6$

5. 能均分定理

每个分子每个自由度平均分得能量 $kT/2$

每个分子的平均动能 $\bar{\epsilon}_k = (i/2)kT$

理想气体的内能: $E=(M/M_{\text{mol}})(i/2)RT$;

6. 麦克斯韦速率分律:

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/M_{\text{mol}}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{8kT/(\pi m)} = \sqrt{8RT/(\pi M_{\text{mol}})}$$

$$v_p = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/M_{\text{mol}}}$$

7. 平均碰撞次数 $\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v}$

8. 平均自由程 $\bar{\lambda} = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n)$

(二)、热力学基础

1. 准静态过程(略)

2. 热力学第一定律 $Q = (E_2 - E_1) + A \quad dQ = dE + dA$

静态过程的情况下:

$$Q = (E_2 - E_1) + \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$dQ = dE + p dV$$

3. 热容 $C=dQ/dT$

定体摩尔热容 $C_V=(dQ/dT)_V/\nu$

定压摩尔热容 $C_p=(dQ/dT)_p/\nu$

比热容比 $\gamma=C_p/C_V$

对于理想气体:

$$C_V=(i/2)R \quad C_p=[(i/2)+1]R$$

$$C_p-C_V=R \quad \gamma=(i+2)/i$$

4. 几个等值过程的 ΔE 、 A 、 Q

等体过程 $\Delta E=(M/M_{\text{mol}})C_V\Delta T$
 $A=0$

$$Q=(M/M_{\text{mol}})C_V\Delta T$$

等压过程 $\Delta E=(M/M_{\text{mol}})C_V\Delta T$
 $A=p(V_2-V_1)$

$$Q=(M/M_{\text{mol}})C_p\Delta T$$

等温过程 $\Delta E=0$

$$A=(M/M_{\text{mol}})RT\ln(V_2/V_1)$$

$$Q=(M/M_{\text{mol}})RT\ln(V_2/V_1)$$

绝热过程 $pV^\gamma=\text{常量}$
 $Q=0$

$$\Delta E=(M/M_{\text{mol}})C_V\Delta T$$

$$A=-(M/M_{\text{mol}})C_V\Delta T=(p_1V_1-p_2V_2)/(\gamma-1)$$

5. 循环过程的效率及致冷系数:

$$\eta=A/Q_1=1-Q_2/Q_1$$

$$w=Q_2/A=Q_2/(Q_1-Q_2)$$

卡诺循环: $\eta_c=1-T_2/T_1$

$$w_c=T_2/(T_1-T_2)$$

6. 可逆过程与不可逆过程(略)

7. 热力学第二定律两种表述及其等价性(略)

8. 熵 $S=k\ln\Omega$ 熵增原理 孤立系统中 $\Delta S > 0$

静电场小结

一、教学要求

1. 掌握静电场的电场强度和电势的概念以及电场强度叠加原理和电势叠加原理。掌握电势与电场强度的积分关系。能计算一些简单问题中的电场强度和电势。

2. 理解静电场的规律；高斯定理和环路定理。理解用高斯定理计算电场强度的条件和方法。

3. 了解导体的静电平衡条件，了解介质的极化现象及其微观解释。了解各向同性介质中 D 和 E 、 H 和 B 之间的关系和区别。了解介质中的高斯定理。

二、内容提要

(一)、电荷守恒定律(略)。

(二)、库仑定律： $F=q_1q_2r/(4\pi\epsilon_0r^3)$ 。

(三)、电场强度 E ：

1. 定义： $E=F/q_0$ (F 为试验电荷 q_0 在电场 E 中所受作用力)；

2. 电场叠加原理 $E = \Sigma E_i$ (矢量叠加)；

点电荷系激发的电场： $E = \Sigma q_i r_i / (4\pi\epsilon_0 r^3)$ ；连续带电体激发的

电场： $E = \int \rho r dq / (4\pi\epsilon_0 r^3)$ 。

(四)、高斯定理：

1. 电力线(略)；

2. 电场强度通量 $\Phi_e = \int_S E \cdot dS$ (计算电场强度通量时注意曲面 S 的法线正方向)；

3. 高斯定理(过闭合曲面的电场强度通量)：

真空中 $\Phi_e = \oint_S E \cdot dS = \Sigma q_i / \epsilon_0$ ；

介质中 $\oint_S D \cdot dS = \Sigma q_{oi}$ ；

4. 库仑电场为有源场。

(五)、环路定理：

1. 表达式 $\oint_l E \cdot dl = 0$ ；

2. 静电场为保守场。

(六)、电势 U ：✓

1. 定义式 (场强与电势的积分关系, 下式中 p 表示场点, (0) 表示电势零点)：

$$U = \int_p^{(0)} E \cdot dl$$

2. 电势差 $U_{AB} = U_A - U_B = \int_A^B E \cdot dl$ ；

3. 电势叠加原理 $U = \Sigma U_i$ (标量叠加)；

点电荷系激发的电势： $U = \Sigma q_i / (4\pi\epsilon_0 r)$ ；

连续带电体激发的电势 $U = \int [dq / (4\pi\epsilon_0 r)]$ 。

4. 静电场力的功 $W_{AB} = qV_{AB}$ ；

5. 场强与电势的微分关系

$$E = -\text{grad}V = [(\partial V / \partial x)i + (\partial V / \partial y)j + (\partial V / \partial z)k]$$

(七)、电偶极子：

1. 定义(略)；

2. 电矩 $P_e = ql$ ；

3. 激发的电场：

$$\text{延长线上} \quad E = [1 / (4\pi\epsilon_0)] (2P_e / r^3)；$$

$$\text{中垂线上} \quad E = [1 / (4\pi\epsilon_0)] (-P_e / r^3)；$$

4. 激发的电势 $U = P_e \cdot r / (4\pi\epsilon_0 r^3)$ ；

5. 在均匀电场中受力矩 $M = P_e \times E$ 。

(八)、导体:1. 静电平衡条件 导体内 $E=0$, 导体表面附近外 E 垂直表面;

2. 推论

(1) 导体为等势体, 导体表面为等势面,

(2) 导体表面曲率半径小处面电荷密度大,

(3) 导体表面外附近电场 $E=\sigma/\epsilon_0$,

3. 静电屏蔽

(1) 空腔导体内的物体不受腔外电场的影响,

(2) 接地空腔导体外物体不受腔内电场的影响.

(九)、电介质:

1. 有极分子取向极化, 无极分子位移极化;

2. 极化强度 $P=\sum p_e/\Delta V$,在各向同性介质中 $P=\chi\epsilon_0 E$;3. 电位移矢量 $D=\epsilon_0 E+P$,在各向同性介质中 $D=\epsilon_0 \epsilon_r E=\epsilon E$, $\epsilon_r=1+\chi$.**(十)、电容:**1. 定义式 $C=Q/\Delta U=Q/(U_1-U_2)$;

2. 几种电容器的电容

(1) 平行板电容器 $C=\epsilon S/d$,(2) 圆柱形电容器 $C=2\pi\epsilon l/\ln(R_2/R_1)$,(3) 球形电容器 $C=4\pi\epsilon R_2 R_1/(R_2-R_1)$,(4) 孤立导体球 $C=4\pi\epsilon R$;3. 并联 $C=C_1+C_2+C_3+\dots$;4. 串联 $1/C=1/C_1+1/C_2+1/C_3+\dots$.**(十一)、静电场的能量:**1. 点电荷系相互作用能 $W_e=(1/2)\sum q_i U_i$;2. 连续带电体的能量 $W_e=(1/2)\int q U dq$;

3. 电容器电能

$$W_e=(1/2)qU=(1/2)CU^2=q^2/(2C);$$

4. 静电场的能量密度 $w_e=(1/2)\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}$,

$$W_e=\int_V w_e dV=(1/2)\int_V \mathbf{D}\cdot\mathbf{E} dV.$$

(十二)、几种特殊带电体激发电场:

1. 无限长均匀带电直线激发电场的场强

$$E=\lambda r/(2\pi\epsilon_0 r^2);$$

2. 均匀带电圆环轴线上的场强与电势

$$E=Qx/[4\pi\epsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}], U=Q/[4\pi\epsilon_0(x^2+R^2)^{1/2}];$$

3. 无限大均匀带电平面激发电场的场强 $E=\sigma/(2\epsilon_0)$;

4. 均匀带电球面激发的场强与电势:

$$\text{球面内 } E=0, \quad U=Q/(4\pi\epsilon_0 R)$$

$$\text{球面外 } E=Qr/(4\pi\epsilon_0 r^3), \quad U=Q/(4\pi\epsilon_0 r);$$

5. 均匀带电球体激发的场强与电势:

$$\text{球体内 } E=Qr/(4\pi\epsilon_0 R^3), \quad U=Q(3R^2-r)/(8\pi\epsilon_0 R^3);$$

$$\text{球体外 } E=Qr/(4\pi\epsilon_0 r^3), \quad U=Q/(4\pi\epsilon_0 r);$$

6. 无限长均匀带电圆柱面激发的场强:

$$\text{柱面内 } E=0,$$

$$\text{柱面外 } E=\lambda r/(2\pi\epsilon_0 r^2);$$

7. 无限长均匀带电圆柱体激发的场强:

$$\text{柱体内 } E=\lambda r/(2\pi\epsilon_0 R^2),$$

$$\text{柱体外 } E=\lambda r/(2\pi\epsilon_0 r^2)$$

(十三)、电源电动势: $\epsilon=\int_{-}^{+} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$ $\epsilon=\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$

静电场

第一节 库仑定律 电场强度

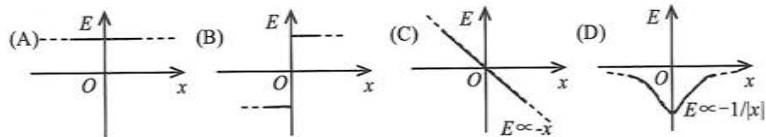
1. 关于电场强度定义式 $\vec{E} = \vec{F} / q_0$, 下列说法正确的是 [B]

- A 电场强度 \vec{E} 的大小与试验电荷 q_0 的大小成反比;
- B 在电场中某一点, 试验电荷受力 \vec{F} 与 q_0 的比值不因 q_0 而变;
- C 试验电荷受力 \vec{F} 的方向就是电场强度 \vec{E} 的方向;
- D 若电场中某点不存在试探电荷 q_0 , 则 $\vec{F} = 0$, 从而 $\vec{E} = 0$.

2. 在边长为 a 的正立方体中心处放置一电量为 Q 的点电荷, 则正立方体顶角处的电场强度的大小为: [C]

- A $\frac{Q}{12 \pi \epsilon_0 a^2}$; B $\frac{Q}{6 \pi \epsilon_0 a^2}$; C $\frac{Q}{3 \pi \epsilon_0 a^2}$; D $\frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 a^2}$

3. 设有一“无限大”均匀带正电荷的平面. 取 x 轴垂直带电平面, 坐标原点位于带电平面上, 则其周围空间各点的电场强度 E 随距离平面的位置坐标 x 变化的关系曲线为(规定场强方向沿 x 轴正向为正、反之为负): [B]

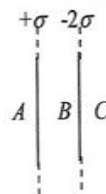


4. 两个平行的无限大均匀带电平面, 其电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 -2σ , 如图所示, 则 A、B、C 三个区域的电场强度分别为:

$$E_A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$$

$$E_B = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$$

$$E_C = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x \quad (\text{设方向向右为正}).$$



5. 将一根电荷线密度为 λ 的均匀带电绝缘细线围成边长为 l 的正方形线框, 则在正方形中心处的电场强度大小 $E = 0$.

6. 一个电荷线密度为 λ 的均匀带正电圆环, 如果在圆环上截掉长度为 l 的一段 ($l \ll$ 圆环半径 R), 求圆心处电场强度的大小和方向.

将圆环 ($2\pi R - l$) 部分对圆心产生的电场记为 \vec{E} , 截掉部分对圆心产生的

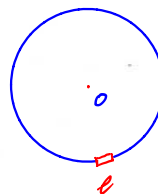
电场为 \vec{E}' , 则

$$\vec{E} + \vec{E}' = 0$$

$$\text{而 } \vec{E}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda l}{R^2} \vec{e}_{l0}$$

$$\text{所以 } \vec{E} = -\vec{E}' = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda l}{R^2} \vec{e}_{l0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda l}{R^2} \vec{e}_{0l}$$



7. 一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形, 沿其上半部分均匀分布有电荷 $+Q$, 沿其下半部分均匀分布有电荷 $-Q$, 如图所示. 试求圆心 O 处的电场强度的大小和方向.

解: 选取上下对称的两段元电荷

$$dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$$

$$d\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \vec{e}_+$$

$$dE_{+x} = |\vec{E}_+| \sin\theta$$

$$dE_{+y} = -|\vec{E}_+| \cos\theta$$

$$dE_{-x} = -|\vec{E}_-| \sin\theta$$

$$dE_{-y} = -|\vec{E}_-| \cos\theta$$

$$dE_x = 0$$

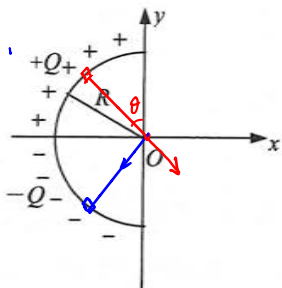
$$dE_y = -2|\vec{E}| \cos\theta = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \cos\theta$$

$$E_y = \int_0^{\pi} dE_y = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \int_0^{\pi} \cos\theta d\theta$$

$$= -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$$

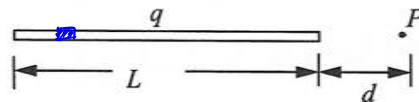
$$\text{因 } \lambda = \frac{Q}{\frac{1}{2}\pi R}$$

$$\text{所以 } E_y = -\frac{Q}{\pi^2 \epsilon_0 R^2}$$



8. 如图所示, 真空中一长为 L 的均匀带电细直杆, 总电量为 q , 试求在直杆延长线上距杆的一端距离为 d 的 P 点处的电场强度.

解:



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(L+d-x)^2}$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(L+d-x)^2}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left. \frac{1}{L+d-x} \right|_{x=0}^{x=L}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{L+d} \right)$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{d(L+d)}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d(L+d)}$$

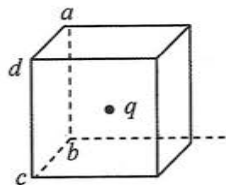
第二节 电通量 高斯定律

1. 根据高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q / \epsilon_0$ 可知下述各种说法中，正确的是： [C]

- A 闭合面内电荷代数和为零时，闭合面上各点场强一定为零.
- B 闭合面内电荷代数和不为零时，闭合面上各点场强一定处处不为零.
- C 闭合面内电荷代数和为零时，闭合面上各点场强不一定处处为零.
- D 闭合面上各点场强均为零时，闭合面内一定处处无电荷.

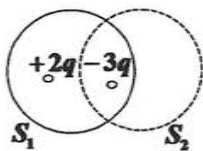
2. 如图所示，一个电量为 q 的点电荷位于立方体的中心，则通过侧面 $abcd$ 的电通量等于： [A]

- A $\frac{q}{6\epsilon_0}$.
- B $\frac{q}{12\epsilon_0}$.
- C $\frac{q}{24\epsilon_0}$.
- D $\frac{q}{48\epsilon_0}$.

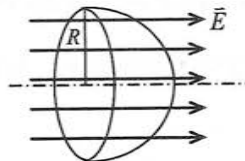


3. 如图所示，两个高斯面的电通量正确的是 [B]

- A $\Phi_{S_1} = \frac{2q}{\epsilon_0}$.
- B $\Phi_{S_1} = \frac{-q}{\epsilon_0}$.
- C $\Phi_{S_2} = \frac{q}{\epsilon_0}$.
- D $\Phi_{S_2} = 0$.



4. 半径为 R 的半球面置于场强为 \vec{E} 的均匀电场中，其对称轴与场强方向一致，如图所示。则通过该半球面的电场强度通量为



$\pi R^2 E$

5. 如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径 R_1 带电荷 Q_1 ，外球面半径 R_2 带电荷 Q_2 ，使用高斯定理求空间各处场强的大小

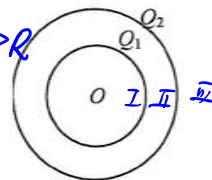
由球面的电荷 $\vec{E} = \begin{cases} 0, & r < R_1 \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2}, & r > R_1 \end{cases}$

利用场强叠加原理:

I: $E = 0 \quad r < R_1$

II: $E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad R_1 < r < R_2$

III: $E = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad r > R_2$



6. 两个“无限长”内外半径分别为 R_1 和 R_2 的共轴圆柱面，均匀带电，沿轴线方向单位长度带电荷分别为 λ_1 和 λ_2 ，则在外圆柱面外面、距离轴线为 r 处的电场强度大小 E 为多少？

根据电场强度的高斯定理.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi \epsilon_0 r}$$

7. 一非均匀带电球体电荷密度的分布可以表示为:

$$\rho(r) = \rho_0(1-r/R) \quad r \leq R \quad \rho_0 = 3Q/\pi R^3 \quad \rho(r) = 0 \quad r > R, \text{ 求电场强度}$$

随 r 的变化关系, 在什么位置电场强度有极大值?

取半径为 r 的球面.

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

$$Q(r) = \int \rho(r) dV = 4\pi \int_0^r \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) r^2 dr$$

$$= 4\pi \rho_0 \left(\frac{1}{3} r^3 - \frac{1}{4} \frac{r^4}{R} \right)$$

$$E(r) = \frac{4\pi \rho_0 \left(\frac{1}{3} r^3 - \frac{1}{4} \frac{r^4}{R} \right)}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{3} r - \frac{1}{4} \frac{r^2}{R} \right) = \frac{3Q}{\pi \epsilon_0 R^3} \left(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R} \right)$$

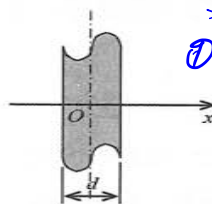
$$\text{直接: } E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$\frac{dE(r)}{dr} = \frac{3Q}{\pi \epsilon_0 R^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{r}{R} \right) = 0$$

$$r = \frac{2}{3} R \quad \text{时电场强度有极大值.}$$

$$\text{因 } \frac{d^2 E(r)}{dr^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{1}{2R} < 0 \quad \text{所以 } E \text{ 有极大值}$$

8. 图示一厚度为 d 的“无限大”均匀带电平板, 电荷体密度为 ρ . 试求板内外的场强分布, 并画出场强随坐标 x 变化的图线, 即 $E-x$ 图线(设原点在带电平板的中央平面上, Ox 轴垂直于平板).



建立坐标系: 平板中心为坐标原点.

① 取平板内的高斯面.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2S = \frac{\rho \cdot 2Sx}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho x}{\epsilon_0} \quad |x| < \frac{d}{2}$$

② 取平板外的高斯面.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2S = \frac{\rho S d}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \quad |x| \geq \frac{d}{2}$$

9. 思考题

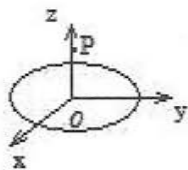
如果在一个曲面上每点的场强均为零, 那么穿过此曲面的电场强度通量也为零吗? 如果穿过曲面的电场强度通量为零, 那么, 能否说此曲面上每一点的场强也必为零呢?

是, 否.

第三节 电势 电势能

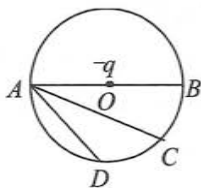
1. 有 N 个电量均为 q 的点电荷，以两种方式分布在相同半径的圆周上：一种是无规则地分布，另一种是均匀分布。比较这两种情况下，过圆心 O 并垂直于圆平面的 z 轴上任一点 P (如图所示) 的场强与电势，则有 [C]

- A 场强相等，电势相等.
- B 场强不等，电势不等.
- C 场强分量 E_z 相等，电势相等.
- D 场强分量 E_z 相等，电势不等.



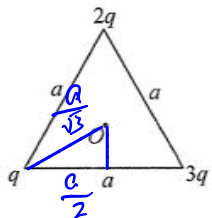
2. 点电荷 $-q$ 位于圆心 O 处， A 、 B 、 C 、 D 为同一圆周上的四点，如图所示。现将一试验电荷从 A 点分别移动到 B 、 C 、 D 各点，则 [D]

- A 从 A 到 B ，电场力作功最大.
- B 从 A 到 C ，电场力作功最大.
- C 从 A 到 D ，电场力作功最大.
- D 从 A 到各点，电场力作功相等.



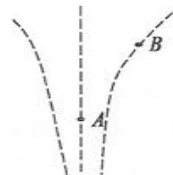
3. 如图所示，一等边三角形边长为 a ，三个顶点上分别放置着电量为 q 、 $2q$ 、 $3q$ 的正点电荷，设无穷远处为电势零点，则三角形中心 O 处的电势 $V =$

$$\frac{3\sqrt{3}q}{2\pi\epsilon_0 a}$$



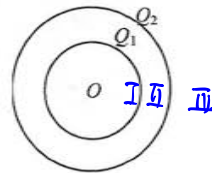
4. 把一个均匀带有电荷 $+Q$ 的球形肥皂泡由半径 r_1 吹胀到 r_2 ，则半径为 R ($r_1 < R < r_2$) 的球面上任一点的场强大小 E 由 $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ 变为 0 ；电势 V 由 $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ 变为 $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$ (选无穷远处为电势零点).

5. 如图所示，虚线表示等势面，则 $E_A > E_B$ ，(填写 “>” “<” 或 “=”) 如果 A 点有带正电的电荷点运动到 B 电场力做正功，则 $V_A > V_B$ (填写 “>” “<” 或 “=”)



6. 如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径 R_1 带电荷 Q_1 ，外球面半径 R_2 带电荷 Q_2 ，求空间各处的电势 (设无穷远为电势零点)。

$$V(r) = \begin{cases} \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} & r < R_1 \\ \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} & r > R_2 \end{cases}$$



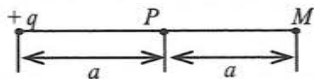
7. 在点电荷 $+q$ 的电场中, 若取图中 P 点处为电势零点, 求 M 点电势。

$$V_M = \int_{2a}^a \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

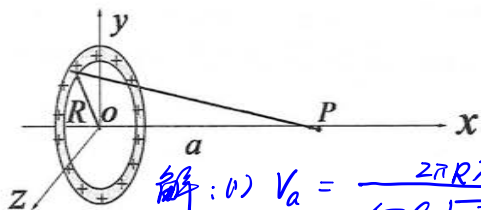
$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{r=2a}^{r=a}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} \right)$$

$$= -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$$



8. 图示为一个均匀带电的圆环, 其电荷线密度为 λ , 半径为 R , 设无穷远处为电势零点, 求(1)圆环中轴线 OX 上距离 O 点为 a 处的电势 V_a 。(2)一个电量为 q 的点电荷沿着中轴线从距离 O 点为 a 处运动到距离 O 点为 b 的地方, 求电场力所做的功 W



解: (1) $V_a = \frac{2\pi R\lambda}{4\pi\epsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$

$$= \frac{\lambda}{2\epsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$$

$$(2) U_{ab} = V_a - V_b$$

$$= \frac{R\lambda}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+b^2}} \right)$$

$$W = qU_{ab}$$

$$= \frac{R\lambda q}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+b^2}} \right)$$

9. 思考题

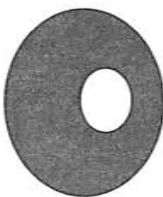
电荷 q 从电场的 A 点移到 B 点, 若使 B 点的电势比 A 点的电势低, 而 B 点的电势能又比 A 点的电势能要大, 这可能吗? 为什么?

静电场中的导体与电介质

第一节 静电场中的导体 (1)

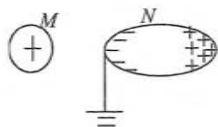
1. 一球形导体球内有一球形空腔, 两者的球心不重合, 如图所示, 如果将某正电荷置于空腔的球心处, 则导体球表面的感应电荷密度: [D]

- A 内、外球面上都不均匀
B 在内球面上是均匀的, 外球面上不均匀
C 在内球面上不均匀的, 外球面上是均匀
D 内、外球面上都均匀



2. 一带正电荷的物体 M , 靠近一原不带电的金属导体 N , N 的左端感生出负电荷, 右端感生出正电荷. 若将 N 的左端接地, 如图所示, 则 N 上的电荷如何变化? [B]

- A N 上的负感应电荷被大地电荷中和;
B N 上有正感应电荷被大地电荷中和;
C N 上的感应电荷分布不变;
D N 上不再有感应电荷.



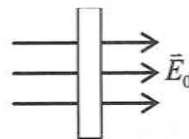
3 任意带电体在导体体内(不是空腔导体的腔内) 不会 (填: 会或不会) 产生电场, 处于静电平衡下的导体, 空间所有电荷(含感应电荷)在导体体内产生电场的 矢量 (填: 矢量和标量) 叠加为零.

4. 处于静电平衡下的导体 是 (填: 是或不是) 等势

体, 导体表面 是 (填: 是或不是) 等势面, 导体表面附近的电场线与导体表面相互 垂直, 导体体内的电势 等于 (填: 大于, 等于或小于) 导体表面的电势.

5. 电量为 $-Q$ 的点电荷置于一金属空腔 (电中性) 内, 则空腔外表面的净电荷总量是 $-Q$, 如果空腔外侧与地面通过导线连接, 则空腔表面的净电荷总量是 Q .

6. 一带电大导体平板, 板的两表面电荷面密度之和为 σ , 置于电场强度为 E_0 的均匀电场中, 平板法线与外场平行, 设外电场分布不因导体的引入而改变, 则板附近左右两侧的合场强分别为 $E - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 、 $E + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.



8. 两个同心球壳, 小球壳的内外径分别为 a 、 b , 大球壳的内外径为 c 、 d , 小球壳带电 $+2Q$, 大球壳带电 $+4Q$. 求下列区域的电场强度。

1) $a < r < b$, 2) $c < r < d$, 3) $r > d$

解: 整个带电系统等效成 3 个带电球面。

$$(1) a < r < b \quad E = 0$$

$$(2) c < r < d \quad E = 0$$

$$(3) r > d \quad E = \frac{6Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{解: } (1) \sigma_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1 + Q_2}{S} = 2.655 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_1 - Q_2}{S} = 8.85 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_3 = -\sigma_2 = -8.85 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_4 = \sigma_1 = 2.655 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

$$(2) E_{II} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}$$

$$V = E_{II} \cdot d = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d = 1 \text{ V}$$

9. 如图所示, 面积均为 $S=0.1\text{m}^2$ 的两金属平板 A, B 平行对称放置,

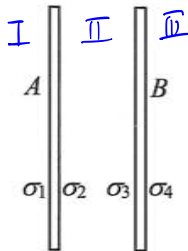
间距为 $d=1\text{mm}$, 今给 A, B 两板分别带电 $Q_1=3.54 \times 10^{-9}\text{C}$,

$Q_2=1.77 \times 10^{-9}\text{C}$. 忽略边缘效应,

求: (1) 两板共四个表面的面电荷密度 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,$

σ_4 ;

(2) 两板间的电势差 $V=U_A-U_B$.



10. 思考题

将一个带电小金属与一个不带电的大金属球相接触, 小球上的电荷会全部转移到大球上去吗?

第一节 静电场中的导体 (2)

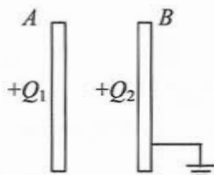
1. 在导体的某个区域分布有密度 σ 的负电荷, 那么在该区域靠近导体的一侧, 电力线的方向为: []

- A 指向导体的外表面。
B 指向导体的内表面。
C 与导体表面平行。
D 无法确定。

2. A 、 B 为两导体大平板, 面积均为 S , 平行放置, 如图所示. A 板带电荷 $+Q_1$, B 板带电荷 $+Q_2$, 如果使 B 板接地, 则 AB 间电场强度的大小 E 为: [C]

A $\frac{Q_1}{2\epsilon_0 S}$ B $\frac{Q_1 - Q_2}{2\epsilon_0 S}$

C $\frac{Q_1}{\epsilon_0 S}$ D $\frac{Q_1 + Q_2}{2\epsilon_0 S}$



3. 一无限大均匀带电平面 A , 所带电荷面密度为 σ , 在附近放入一厚度为 d 的无限大导体, 两导体面平行, 则导体 B 上的两个面上的感生电荷面密度分别为: [B]



A、 $\sigma_1 = -\sigma$ $\sigma_2 = +\sigma$

B、 $\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma$ $\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma$

C、 $\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma$ $\sigma_2 = -\frac{1}{2}\sigma$

D、 $\sigma_1 = -\sigma$ $\sigma_2 = 0$

4. 在一个孤立的导体球壳内在偏离球心处放入一点电荷, 则在球壳内外将出现感应电荷, 其分布将是: [B]

- A、内表面均匀, 外表面也均匀。
B、内表面不均匀, 外表面均匀。
C、内表面均匀, 外表面不均匀。
D、内表面不均匀, 外表面不均匀。

5. 一椭圆形金属导体的两点 a 、 b 的电荷面密度分别为 σ_1 、 σ_2 , 则 a 点附近的导体内外的电场强度分别是: $E_{\text{内}}=0$, $E_{\text{外}}=\frac{\sigma_1}{\epsilon_0}$, 若 $\sigma_1 > \sigma_2$, 则曲率较大的点是 a 点。

6. 两个同心薄导体球壳, 半径分别是 R_1 、 R_2 ($R_1 < R_2$), 分别带有电量 q_1 和 q_2 , 现用导线将两球连接, 则连接后的导体球的电势为 $\frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ 。(以无限远处为势能零点)。

7. 一厚度为 d 的无限大导体平板, 电荷面密度为 σ , 则板的两侧距板平面为 h 的两点 a 和 b 的电势差为 0 。

8. 一孤立金属球，带有电荷 $1.2 \times 10^{-8} \text{ C}$ ，已知当电场强度的大小为 $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ 时，空气将被击穿。若要空气不被击穿，则金属球的半径至少大于多少？

解：金属球外的电场 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

当 r 取金属球半径 $r=R$ 时， E 最大

即 $E(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} < E_c = 3 \times 10^6 \text{ V/m}$

空气不会被击穿。

$R > \sqrt{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 E_c}} \approx 0.006 \text{ m}$

9. 如图，把一块原来不带电的金属板 B ，移近一块已带有正电荷 Q 的金属板 A ，平行放置。设两板面积都是 S ，板间距离是 d ，忽略边缘效应。当 B 板不接地时，两板间电势差 $U_{AB} = ?$ B 板接

地时两板间电势差 $U'_{AB} = ?$

解：B板不接地时：

AB两板间的电场

$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$

$U_{AB} = E \cdot d = \frac{Qd}{2\epsilon_0 S}$

当B板接地时： $\phi_B = 0$

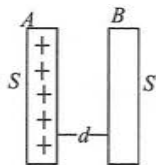
所以 $\sigma_1 = 0$ 。

$\sigma_2 = \frac{Q}{S}$, $\sigma_3 = -\sigma_2 = -\frac{Q}{S}$

AB两板间的电场

$E' = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

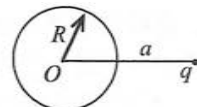
$U'_{AB} = E' \cdot d = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$



10. 真空中一半径为 R 的未带电的导体球，在离球心 O 的距离为 a 处 ($a > R$) 放一点电荷 q ，如图所示。设无穷远处电势为零，则导体球的电势等于多少？

解：导体球是等势体，与球心 O 的电势相同。

$V_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R}$
 $= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$



未带电导体球的带电总量为 0。

11. 如图所示，一半径为 a 的“无限长”圆柱面上均匀带电，其电荷线密度为 λ 。在它外面同轴地套一半径为 b 的薄金属圆筒，圆筒原先不带电，但与地连接。设地的电势为零，则在内圆柱面里面、距离轴线为 r 的 P 点的场强大小和电势分布为多少？

解：在内圆柱面的内部作一个高斯柱面。

由高斯定理：

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = 0$

$E = 0$ ($r < a$)

在内圆柱与外圆筒之间 $a < r < b$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda b}{\epsilon_0}$

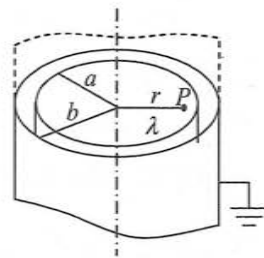
$E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

$V(r) = \int_r^a \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$= \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr$

$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$



第二节 静电场中的电介质

1. 关于介质中的高斯定理, 下列说法中正确的是 [B]

A 高斯面内不包围自由电荷, 则面上各点电位移矢量 \vec{D} 为零.

B 高斯面的 \vec{D} 通量仅与面内自由电荷有关.

C 高斯面上处处 \vec{D} 为零, 则面内必不存在自由电荷.

D 以上说法都不正确.

2. 有一导体球外充满相对电容率为 ϵ_r 的均匀电介质, 已知球表面附近的场强为 E , 则球面上的自由电荷面密度 σ 为 [A]

A $\epsilon_0 \epsilon_r E$.

B $\epsilon_0 E$.

C $\epsilon_r E$.

D $(\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) E$.

3. 在一点电荷 q 产生的静电场中, 一块电介质如图放置, 以点电荷所在处为球心作一球形闭合面 S , 则对此闭合面: [B]

A 高斯定理成立, 且可用它求出闭合面上各点的场强.

B 高斯定理成立, 但不能用它求出闭合面上各点的场强.

C 电介质不对称分布, 高斯定理不成立.

D 使电介质对称分布, 高斯定理也不成立.



4. 在各向同性的电介质中, 当外电场不是很强时, 电极化强度

$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$, 式中的 \vec{E} 应是由 [C]

A 自由电荷产生的.

B 束缚电荷产生的.

C 自由电荷与束缚电荷共同产生的.

D 当地的分子电偶极子产生的.

5. 一平行板电容器始终与端电压一定的电源相联. 当电容器两极板间为真空时, 电场强度为 \vec{E}_0 , 电位移为 \vec{D}_0 , 而当两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质时, 电场强度 $\vec{E} = \underline{\vec{E}_0}$, 电位移 $\vec{D} = \underline{\epsilon_r \vec{D}_0}$.

6. 将一空气平行板电容器接到

电源上并充电到一定电压后, 断

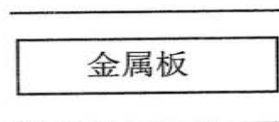
开电源. 再将一块与极板面积相

同的金属板平行地插入两极板之

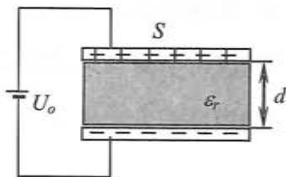
间, 如图所示, 插入金属板后的场强比插入前的 (变大, 变小,

不变) 不变, 其值与金属板所放的位置 (有关, 无

关) 无关.

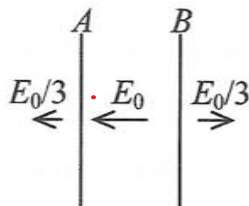


7. 将一平行板电容器连接到端电压为 U_0 的电源上, 然后在两板间充满各向同性的均匀电介质 (相对电容率为 ϵ_r), 求 (1) 介质中的 \vec{D} 、电场强度 \vec{E} 和电极化强度 \vec{P} ; (2) 介质表面的极化电荷面密度。



解: (1) $\vec{E} = \frac{U_0}{d}$
 $\vec{P} = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \frac{U_0}{d}$
 (2) $\sigma = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$
 上表面 $\sigma = -(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \frac{U_0}{d}$
 下表面 $\sigma = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \frac{U_0}{d}$

8. A 、 B 为两块无限大均匀带电平行薄平板, 两板间和左右两侧充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质. 已知两板间的场强大小为 E_0 , 两板外的场强均为 $E_0/3$, 方向如图. 则 A 、 B 两板所带电荷面密度 σ_A 、 σ_B 各为多少?



解: 在 A 板右侧作一闭合高斯曲面.

$$\frac{E_0}{3} S - E_0 S = \frac{\sigma_A S}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

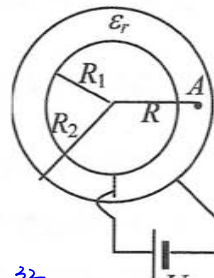
$$\Rightarrow \sigma_A = -\frac{2}{3} \epsilon_0 \epsilon_r E_0$$

在 B 板左侧作高斯曲面.

$$E_0 S + \frac{E_0}{3} S = \frac{\sigma_B S}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\sigma_B = \frac{4}{3} \epsilon_0 \epsilon_r E_0$$

9. 一电容器由两个很长的同轴薄圆筒组成, 内、外圆筒半径分别为 $R_1 = 2 \text{ cm}$, $R_2 = 5 \text{ cm}$, 其间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性、均匀电介质. 电容器接在电压 $U = 32 \text{ V}$ 的电源上 (如图所示), 试求距离轴线 $R = 3.5 \text{ cm}$ 处的 A 点的电场强度和 A 点与外筒间的电势差.



解: 因已知两圆筒的电势差, 带电量未知.

假设 R_1 上带电荷线密度为 λ

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_r r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$U(r) = \int_r^{R_2} E \cdot dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{r}$$

$$U(R_1) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1} = 32 \text{ V}$$

$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_r} = \frac{32}{\ln \frac{5}{2}} \text{ V}$$

$$E_A = \frac{32}{0.08 \ln \frac{5}{2}} = 997.8 \text{ V/m}$$

$$U_A = \frac{32}{\ln \frac{5}{2}} \ln \frac{5}{3.5}$$

$$= 12.46 \text{ V}$$

10. 思考题

“由于 $C=Q/U$, 所以电容器的电容与其所带电荷成正比。”这话对吗? 如果电容器两极的电势差增加一倍, Q/U 将如何变化呢?

不变

第三节 电容 静电场中的能量

1. 平行板电容器极板面积为 S , 间距为 d , 现将相对电容率为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质充满电容器的一半空间, 如图。则电容器的电容变为 [C]

- A $\frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$;
 B $\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r + 1) S}{d}$;
 C $\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r + 1) S}{2d}$;
 D $\frac{(\epsilon_r + 1) S}{d}$



2. 一平行板电容器充电后仍与电源连接, 若用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大, 则极板上的电荷 Q 、电场强度的大小 E 和电场能量 W 将发生如下变化 [B]

- A Q 增大, E 增大, W 增大;
 B Q 减小, E 减小, W 减小;
 C Q 增大, E 减小, W 增大;
 D Q 增大, E 增大, W 减小.

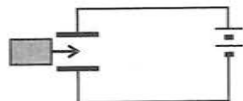
3. C_1 和 C_2 两个电容器, 其上分别标明 200 pF(电容值)、500 V(耐压值)和 300 pF、900 V. 把它们串连起来在两端加上 1000 V 电压, 则 [C]

- A C_1 被击穿, C_2 不被击穿.
 B C_2 被击穿, C_1 不被击穿.
 C 两者都被击穿.
 D 两者都不被击穿.

4. 一空气平行板电容器, 接电源充电后电容器中储存的能量为 W_0 . 在电源断开的条件下, 在两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质, 则该电容器中储存的能量 W 是 W_0 的 $\frac{1}{\epsilon_r}$ 倍.

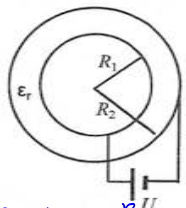
5. 电容为 C_0 的平板电容器, 接在电路中, 如图所示. 若将相

对电容率为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质插入电容器中(填满空间), 则此时电容器的电容为原来的 ϵ_r 倍, 电场能量是原来的 ϵ_r 倍.



6. 真空中有“孤立的”均匀带电球体和一均匀带电球面, 如果它们的半径和所带的电荷都相等. 则球体的静电能 大于 球面的静电能 (选填: 大于、小于、等于)

7. 一同轴电缆其芯线为 R_1 的铜导线, 外导体为 R_2 的铜箔, 其间充满各向同性均匀电介质 (相对电容率为 ϵ_r , 击穿电场强度为 E_{max}), (1) 求电缆能够承受的最高电压 U ; (2) 当电压增高时介质哪一点先被击穿?



根据电位移矢量的高斯定理.

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q = \lambda l$$

$$D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r}$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

(2) R_1 处电场最大.

最先达到 E_{max} .

所以 R_1 处先被击穿.

由电场公式, E 在 R_1 处电场最大.

在 R_2 处最小,

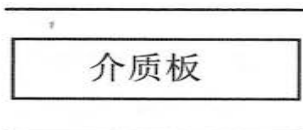
所以当 $E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon R_1} = E_{max}$ 时,

介质被击穿.

最大电压 $U = R_1 E_{max} \ln \frac{R_2}{R_1}$

9. 思考题

将一极板间距为 d 、面积为 S 的空气平行板电容器接到电源上, 充电到电压为 U_0 后, 断开电源. 再将一块与极板面积相同、厚度为 t 的相对介电常量为 ϵ_r 的介质板平行地插入两极板之间, 如图所示. 放入介质板的前、后电容器的储能各为多少? 所储电能与介质板相对极板的位置是否有关? 若保持与端电压为 U_0 的电源连接, 则上述结果又如何?



电荷量为 Q

$$DS = QS \Rightarrow D = Q$$

电场: 空气中 $E_1 = \frac{Q}{\epsilon_0}$

介质中 $E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}$

电压 $U = E_1 \cdot (d-t) + E_2 \cdot t$

$$= \frac{Q}{\epsilon_0} (d-t) + \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} t$$

电容 $C = \frac{Q}{U} = \frac{QS}{U} = \frac{QS}{\frac{Q}{\epsilon_0} (d-t) + \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} t} = \frac{\epsilon_0 S}{d-t + \frac{t}{\epsilon_r}}$

8. 一半径为 R 金属球, 在真空中充电到势值 U_0 . 若断开电源, 使其上所带电荷保持不变, 并把它浸没在相对介电常量为 ϵ_r 的无限大的各向同性均匀液态电介质中, 问这时电场总能量有多大?

金属球体的电容 在真空中的电容 $C_0 = 4\pi \epsilon_0 R$

金属球带电 $Q = C_0 U_0$, 在介质中, $C = 4\pi \epsilon R$

电容中的电场能量 $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(4\pi \epsilon_0 R U_0)^2}{4\pi \epsilon R} = \frac{2\pi \epsilon_0 R U_0^2}{\epsilon_r}$

综合练习

一. 选择题

1. 真空中有一均匀带电球体和一均匀带电球面, 如果它们的半径和所带的电量都相等, 则它们的静电能之间的关系是 **B**

(A) 均匀带电球体产生电场的静电能等于均匀带电球面产生电场的静电能.

(B) 均匀带电球体产生电场的静电能大于均匀带电球面产生电场的静电能.

(C) 均匀带电球体产生电场的静电能小于均匀带电球面产生电场的静电能.

(D) 球体内的静电能大于球面内的静电能, 球体外的静电能小于球面外的静电能.

2. 如图 1 所示, 一半径为 a 的“无限长”圆柱面上均匀带电, 其电荷线密度为 λ , 在它外面同轴地套一半径为 b 的薄金属圆筒, 圆筒原先不带电, 但与地连接, 设地的电势为零, 则在内圆柱面里面、距离轴线为 r 的 P 点的场强大小和电势分别为: **B**

(A) $E=0, U=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{r}$.

(B) $E=0, U=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$.

(C) $E=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, U=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{r}$.

(D) $E=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, U=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$.

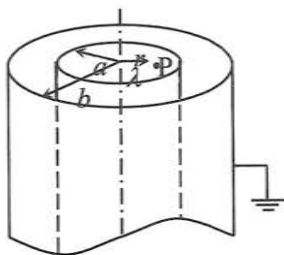


图 1

3. 如图 2 所示, 在真空中半径分别为 R 和 $2R$ 的两个同心球面, 其上分别均匀地带有电量 $+q$ 和 $-3q$, 今将一电量为 $+Q$ 的带电

粒子从内球面处由静止释放, 则该粒子到达外球面时的动能为: **C**

(A) $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R}$.

(B) $\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 R}$.

(C) $\frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R}$.

(D) $\frac{3Qq}{8\pi\epsilon_0 R}$.

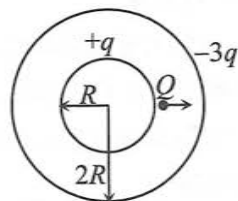


图 2

4. 如图 3 所示, 厚度为 d 的“无限大”均匀带电导体板, 电荷面密度为 σ , 则板两侧离板面距离均为 h 的两点 a、b 之间的电势差为: **A**

(A) 零.

(B) $\sigma/2\epsilon_0$

(C) $\sigma h/\epsilon_0$.

(D) $2\sigma h/\epsilon_0$.

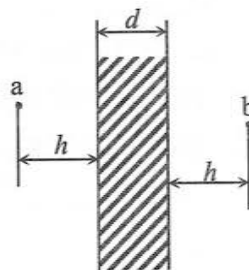


图 3

5. 关于试验电荷以下说法正确的是 **D**

(A) 试验电荷是电量极小的正电荷;

(B) 试验电荷是体积极小的正电荷;

(C) 试验电荷是体积和电量都极小的正电荷;

(D) 试验电荷是电量足够小, 以至于它不影响产生原电场的电荷分布, 从而不影响原电场; 同时是体积足够小, 以至于它所在的位置真正代表一点的正电荷 (这里的足够小都是相对问题而言的).

6. 关于高斯定理的理解有下面几种说法, 其中正确的是 **D**

(A) 如高斯面上 E 处处为零, 则该面内必无电荷;

(B) 如高斯面内无电荷, 则高斯面上 E 处处为零;

(C) 如高斯面上 E 处处不为零, 则高斯面内必有电荷;

(D) 如高斯面内有净电荷, 则通过高斯面的电通量必不为零.

二. 填空题

1. 一均匀带电直线长为 d , 电荷线密度为 $+\lambda$, 以导线中点 O 为球心, R 为半径 ($R > d/2$) 作一球面, 如图 4 所示, 则通过该球面的电场强度通量为 $d\lambda/\epsilon_0$, 带电直线的延长线与球面交点 P 处的电场强度的大小为 $\frac{d\lambda}{4\pi\epsilon_0(R-d)}$, 方向 水平向左.

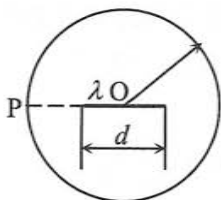


图 4

2. 一空气平行板电容器, 两板相距为 d , 与一电池连接时两板之间相互作用力的大小为 F , 在与电池保持连接的情况下, 将两板距离拉开到 $2d$, 则两板之间的相互作用力的大小是 $\frac{F}{4}$.

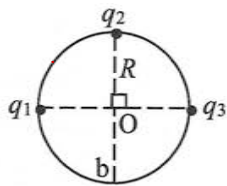


图 5

3. 电量分别为 q_1, q_2, q_3 的三个点电荷分别位于同一圆周的三个点上, 如图 5 所示, 设无穷远处为电势零点, 圆半径为 R , 则 b 点处的电势 $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} (\frac{q_2}{2} + \frac{q_1+q_3}{\sqrt{2}})$

4. 图 6 所示为某电荷系形成的电场中的电力线示意图, 已知 A 点处有电量为 Q 的点电荷, 则从电力可判断 B 处存在一负 (填正、负) 的点电荷; 其电量 $|q|$ < (填 $>, <, =$) Q .

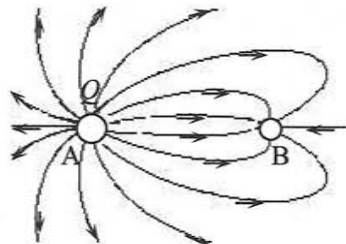


图 6

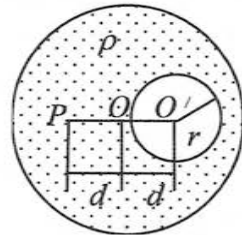
三. 一球体内均匀分布着电荷体密度为 ρ 的正电荷, 若保持电荷分布不变, 在该球体挖去半径

为 r 的一个小球体, 球心为 O' , 两球心间距离 $\overline{OO'} = d$, 如图所示. 求: (1) 在球形空腔内, 球心 O' 处的电场强度 \vec{E}_0 . (2)

在球体内 P 点处的电场强度 \vec{E} . 设 $O', O,$

P 三点在同一直径上, 且 $\overline{OP} = d$.

解: 将挖去的小球体看作是由带电密度分别为 $\rho, -\rho$ 的球体. 因此整个带电体等效为一个电荷密度为 ρ 的大带电体与电荷密度为 $-\rho$ 的小带电体的组合.



(1) 因 O' 位于小球体的球心, 因此小球体在 O' 产生的电场为零.

对于 ρ 在 O' 产生的电场

$$E_0 \cdot 4\pi d^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi d^3$$

$$E_0 = \frac{\rho d}{3\epsilon_0} \quad \text{方向水平向右.}$$

(2) ρ 在 P 点的电场 $\vec{E} = \frac{\rho d}{3\epsilon_0} (-\vec{e}_x)$

$-\rho$ 在 P 点的电场

$$E' \cdot 4\pi (2d)^2 = \frac{-\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$E' = -\frac{\rho r^3}{12\epsilon_0 d^2}$$

$$|E'| = \frac{\rho r^3}{12\epsilon_0 d^2} \quad \text{方向水平向右.}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^3}{4d^2} - d \right) \vec{e}_x$$

稳恒磁场小结

一、教学要求

1. 掌握磁感应强度的概念。理解毕奥·萨伐尔定律，能计算一些简单问题中的磁感应强度。

2. 理解稳恒磁场的规律：磁场高斯定理和安培环路定理。理解用安培环路定理计算磁感应强度的条件和方法。

3. 理解安培定律和洛伦兹力公式。了解电偶极矩和磁矩的概念能计算电偶极子在均匀电场中，简单几何形状载流导体和载流平面线圈在均匀磁场中或在无限长直载流导线产生的非均匀磁场中所受的力和力矩。能分析点电荷在均匀电场和均匀磁场中的受力和运动。

4. 了解介质的极化、磁化现象及其微观解释。了解铁磁质的特性。了解各向同性介质中 D 和 E、H 和 B 之间的关系和区别。了解介质中的安培环路定理。

二、内容提要

(一) 磁感强度 B 的定义

用试验线圈(P_m) 在磁场中受磁力矩定义：

大小 $B = M_{\max} / p_m$,

方向 试验线圈稳定平衡时 p_m 的方向。

(二) 毕奥—萨伐尔定律

1. 电流元 Idl 激发磁场的磁感强度 $dB = [\mu_0 / (4\pi)] Idl \times r / r^3$

2. 运动点电荷 q 激发磁场的磁感强度 $B = [\mu_0 / (4\pi)] q v \times r / r^3$

(三) 磁场的高斯定理

1. 磁感线(略)；

2. 磁通量 $\Phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

3. 高斯定理 $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$

稳恒磁场是无源场。

(四) 安培环路定理

真空中 $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I_i$

介质中 $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_{oi}$

稳恒磁场是非保守场，是涡旋场或有旋场。

(五) 磁矩 P_m ：

1. 定义 $m = \int IdS$

2. 磁偶极子激发的磁场：

延长线上 $B = [\mu_0 / (4\pi)] (2 p_m / r^3)$

中垂线上 $B = [\mu_0 / (4\pi)] (-p_m / r^3)$

3. 载流线圈在均匀磁场中受力矩 $M = m \times B$

(六) 洛伦兹力

1. 表达式 $F_m = q v \times B$

2. 带电粒子在均匀磁场中运动：

回旋半径 $R = mv \sin \alpha / (qB)$

回旋周期 $T = 2\pi m / (qB)$

回旋频率 $\nu = qB / (2\pi m)$

螺距 $d = 2\pi mv \cos \alpha / (qB)$

3. 霍耳效应：

(1) 磁场与电流方向不变的情况下正载流子与负载流子受磁场力

方向相同;

(2) 霍尔电压 $U_H = R_H IB/d$

(3) 霍尔系数 $R_H = 1/(nq)$

(七) .安培力

表达式 $d\mathbf{F}_m = Idl \times \mathbf{B}$;

(八) .介质的磁化

1. 顺磁质 ($m \neq 0$) 主要是转向磁化;

抗磁质 ($m = 0$) 是分子内电子受洛伦兹力;

2. 磁化强度 $M = \sum p_m / \Delta V$

各向同性介质 $M = \chi_m H$

3. 磁场强度矢量 $H = B/\mu_0 - M$

各向同性介质 $B = \mu_0 \mu_r H = \mu H \quad \mu_r = 1 + \chi_m$

4. 铁磁质: 磁畴理论 (略), 磁滞回线 (略)。

(九) .几种特殊电流的磁场

1. 长直电流激发磁场

有限长 $B = \mu_0 I (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) / (4\pi r)$

无限长 $B = \mu_0 I / (2\pi r)$

方向都沿切向且与电流成右手螺旋;

2. 圆电流在轴线上激发磁场

$$B = \mu_0 IR^2 / [2(x^2 + R^2)^{3/2}]$$

中心 $B = \mu_0 I / (2R)$

张角 α 的圆弧电流中心的磁感强度

$$B = [\mu_0 I / (2R)] \cdot [\alpha / (2\pi)]$$

方向都沿轴向且与电流成右手螺旋;

3. 无限长密绕载流螺线管激发的磁场

管内 $B = \mu_0 n I$ 管外 $B = 0$

4. 密绕载流螺绕环内磁场

$$B = \mu_0 NI / (2\pi r)$$

5. 无限大均匀平面电流激发磁场

$$B = \mu_0 j / 2$$

6. 无限长均匀圆柱面电流激发磁场:

柱面内 $B = 0$, 柱面外 $B = \mu_0 I / (2\pi r)$

7. 无限长均匀圆柱体电流激发磁场:

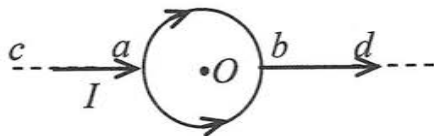
柱内 $B = \mu_0 I r / (2\pi R^2)$ 柱外 $B = \mu_0 I / (2\pi r)$

稳恒磁场

第一节 磁场 磁感应强度 比奥—萨伐尔定律

1. 如图所示，电流从 a 点分两路通过对称的圆环形分路，汇合于 b 点。若 ca、bd 都沿环的径向，则在圆环中心 O 点处的磁感强度 [E]

- A 方向垂直环形分路所在平面且指向纸内；
- B 方向垂直环形分路所在平面且指向纸外；
- C 方向在环形分路所在平面，且指向 b；
- D 方向在环形分路所在平面内，且指向 a；
- E 为零。



2. 在真空中有一根半径为 R 的半圆形细导线，流过的电流为 I，则圆心处的磁感强度为 [D]

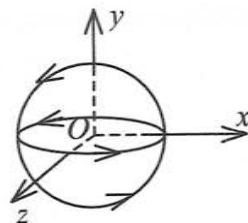
- A $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$;
- B $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$;
- C 0;
- D $\frac{\mu_0 I}{4 R}$.

3. 一半径 $r=10\text{ cm}$ 的细导线圆环，流过强度 $I=3.0\text{ A}$ 的电流，那么细环中心的磁感强度 $B = 1.88 \times 10^{-5}\text{ T}$ 。(真空中的磁导率 $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}\text{ T} \cdot \text{m/A}$)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{0.2}$$

4. 如图所示，半径为 R 的球面，在与 xOy 和 xOz 平面上的两个

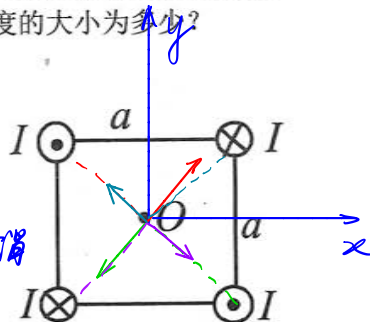
圆形交线上分别流有强度为 I 的电流，其流向各与 y 轴和 z 轴的正方向成右手螺旋关系。则球心 O 点的磁感强度为 $\frac{\mu_0 I}{2R} (\vec{e}_y + \vec{e}_z)$ 。



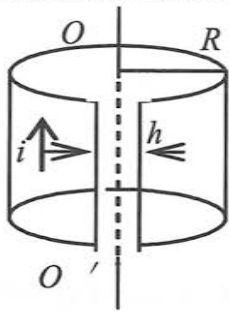
5. 四条皆垂直于纸面的载流细长直导线，每条中的电流皆为 I。这四条导线被纸面截得的断面，如图所示，它们组成了边长为 a 的正方形的四个角项，每条导线中的电流流向亦如图所示。则在图中正方形中心点 O 的磁感强度的大小为多少？

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

4个电流产生的 B 大小相等
互为对角的电流产生的 B 互相抵消



6. 将半径为 R 的无限长导体薄壁管(厚度忽略)沿轴向割去一宽度为 h ($h \ll R$) 的无限长狭缝后, 再沿轴向流有在管壁上均匀分布的电流, 其面电流密度(垂直于电流的单位长度截线上的电流)为 i , 则管轴线磁感强度的大小等于多少?



解: 同缝处的电流 + 管的电流
= 完整圆筒的电流

在圆筒轴线处:

$$B_{\text{圆筒}} = 0$$

$$B_{\text{管}} = -B_{\text{缝}} = \frac{\mu_0 I_{\text{缝}}}{2\pi R}$$

$$= \frac{\mu_0 i h}{2\pi R}$$

方向向右.

7. 电流由长直导线 1 沿半径方向经 a 点流入一电阻均匀的圆环, 再由 b 点沿切向从圆环流出, 经长导线 2 返回电源(如图). 已知直导线上电流强度为 I , 圆环的半径为 R , 且 a 、 b 与圆心 O 三点在同一直线上. 设直电流 1、2 及圆环电流分别在 O 点产生的磁感强度为 \vec{B}_1 、 \vec{B}_2 及 \vec{B}_3 , 则 O 点的磁感强度的大小等于多少?

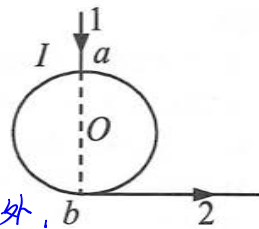
$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

其中 $\vec{B}_1 = 0$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \text{方向垂直于纸面向外, } b$$

$$\vec{B}_3 = 0$$

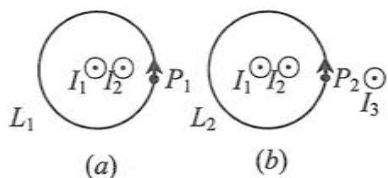
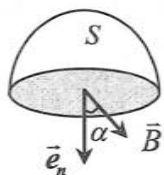
$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$



第二节 磁场中的高斯定律 安培环路定律

1. 在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中作一半径为 r 的半球面 S , S 边线所在平面的法线方向单位矢量 \vec{e}_n 与 \vec{B} 的夹角为 α , 则通过半球面 S 的磁通量(取弯面向外为正)为 [D]

- A $\pi r^2 B$; B $2\pi r^2 B$;
 C $-\pi r^2 B \sin\alpha$; D $-\pi r^2 B \cos\alpha$.



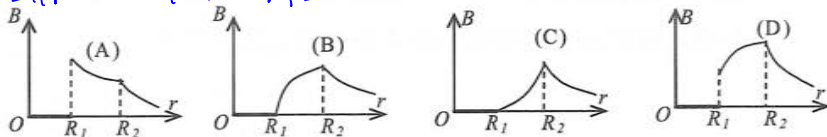
2. 在图(a)和(b)中各有一半径相同的圆形回路 L_1 、 L_2 , 圆周内有电流 I_1 、 I_2 , 其分布相同, 且均在真空中, 但在(b)图中 L_2 回路外有电流 I_3 , P_1 、 P_2 为两圆形回路上的对应点, 则: [C]

- A $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}, B_{P_1} = B_{P_2}$;
 B $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}, B_{P_1} = B_{P_2}$;
 C $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}, B_{P_1} \neq B_{P_2}$;
 D $\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l}, B_{P_1} \neq B_{P_2}$.

3. 无限长载流空心圆柱导体的内外半径分别为 R_1 、 R_2 , 电流在导体截面上均匀分布, 则空间各处的 \vec{B} 的大小与场点到圆柱中

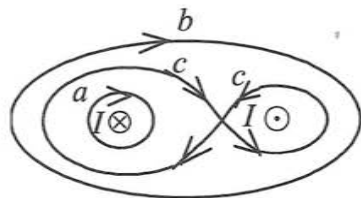
心轴线的距离 r 的关系定性地如图所示. 正确的图是 (B)

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{I \pi (r^2 - R_1^2)}{\pi (R_2^2 - R_1^2)}$$

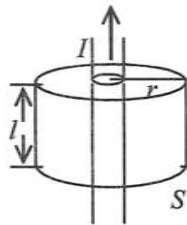


4. 两根长直导线通有电流 I , 图示有三种环路; 在每种情况下的环流分别是多少? $\oint_a \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$,

$\oint_b \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\mu_0 I$



5. 半径为 r 的无限长直圆柱形导体上, 沿轴线方向均匀地流着电流 I . 作一个半径 R 长为 l 且与电流同轴的圆柱形闭合曲面 S , 则该表面上的磁感强度 \vec{B} 沿曲面的积分 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$



6. 如图, 在无限长直载流导线的右侧有面积为 S_1 和 S_2 的两个矩形回路. 两个回路与长直载流导线在同一平面, 且矩形回路的一边与长直载流导线平行. 则通过面积为 S_1 的矩形回路的磁通量与通过面积为 S_2 的矩形回路的磁通量之比为多少?

根据安培环路定理.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

磁通量

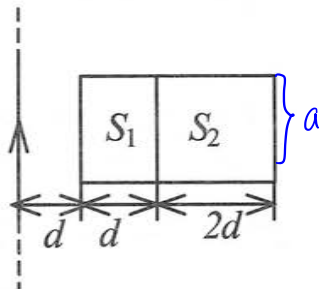
$$\phi_{m1} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a dr$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$

$$\phi_{m2} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{2d}^{4d} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$

$$\frac{\phi_{m1}}{\phi_{m2}} = 1$$

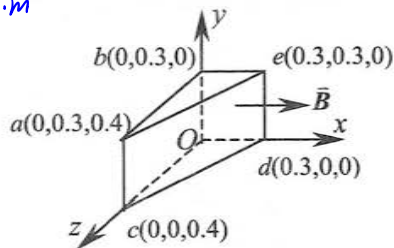


7. 已知均匀磁场, 其磁感强度 $B = 0.6 \text{ T}$, 方向沿 x 轴正向 (如图). 分别求: (1) 通过 $Oabc$ 面的磁通量; (2) 通过 $Obed$ 面的磁通量; (3) 通过 $acde$ 面的磁通量.

解: (1) $\phi_m = B \cdot S = 0.6 \times (0.3 \times 0.4) \text{ T} \cdot \text{m}^2$
 $= 7.2 \times 10^{-2} \text{ T} \cdot \text{m}^2$

(2) $\phi_m = 0$

(3) $\phi_m = 7.2 \times 10^{-2} \text{ T} \cdot \text{m}^2$



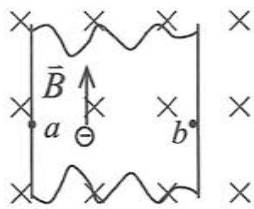
第三节 带电粒子在电场和磁场中的运动

及载流导线在磁场中所受的力

1. 一铜条置于均匀磁场中, 铜条中电子流的方向如图所示. 试问下述哪一种情况将会发生

[C]

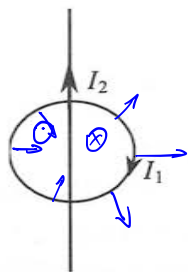
- A 在铜条上产生涡流.
- B 在铜条上 a 、 b 两点产生一小电势差, 且 $U_a < U_b$.
- C 在铜条上 a 、 b 两点产生一小电势差, 且 $U_a > U_b$.
- D 电子受到洛伦兹力而减速.



2. 载有电流 I_2 的长直导线与载有电流 I_1 的圆线圈共面但相互绝缘, 长直导线与圆线圈的一直径相重合, 如上图, 设长直载流导线固定不动, 则圆形载流导线将

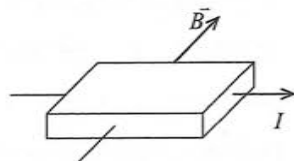
[C]

- (A) 绕 I_2 旋转.
- (B) 向左运动.
- (C) 向右运动.
- (D) 向上运动.
- (E) 不动.

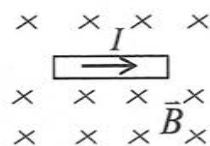


3. 一面积为 S , 载有电流 I 的平面闭合线圈置于磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中, 此线圈受到的最大磁力矩的大小为 BSI , 此时通过线圈的磁通量为 0, 当此线圈受到最小的磁力矩作用时通过线圈的磁通量为 BS .

4. 在霍尔效应的实验中, 通过导电体的电流和 \vec{B} 的方向垂直(如图). 如果上表面的电势较高, 则导体中的载流子带 负 电. (正或负)



5. 有一根质量为 m , 长为 l 的直导线, 放在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中 \vec{B} 的方向在水平面内, 导线中电流方向如图所示, 当导线所受磁力与重力平衡时, 导线中电流 $I = \frac{mg}{Bl}$



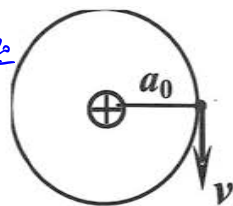
6. 设氢原子基态的电子沿半径为 a_0 的轨道运动(如图), 求 (1) 电子沿轨道运动时原子核处产生的磁感强度; (2) 电子的轨道磁矩.

轨道周长 $C = 2\pi a_0$, $T = \frac{C}{v} = \frac{2\pi a_0}{v}$

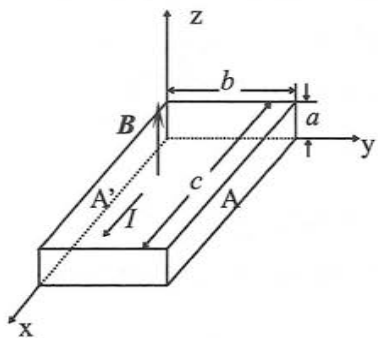
电流 $I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi a_0}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a_0} = \frac{\mu_0 ev}{4\pi a_0^2}$$

$$m = IS = \frac{ev}{2\pi a_0} \pi a_0^2 = \frac{1}{2} ev a_0$$



7. 一块半导体样品的体积为 $a \times b \times c$ ，如图所示，沿 x 轴方向有电流 I ，在 z 轴方向有均匀磁场 B 。实验测得 $a=0.10\text{cm}$ ， $b=0.35\text{cm}$ ， $c=1.0\text{cm}$ ， $I=1.0\text{mA}$ ， $B=0.3\text{T}$ ，半导体样品沿 y 轴方向两侧的电势差 $U_{AA'}=6.55\text{mV}$ 。(1) 这个半导体是 p 型还是 n 型？(2) 求载流子浓度。



根据洛伦兹力。

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

对正电粒子，力的方向为

$$\vec{e}_x \times \vec{e}_z = -\vec{e}_y$$

对负电粒子，力的方向

$$-(-\vec{e}_x) \times \vec{e}_z = \vec{e}_y$$

$$U_{AA'} = 6.55\text{mV} > 0$$

$$\text{即 } V_A > V_{A'}$$

A 板带正电荷，A' 板带负电荷

所以运动粒子带负电。

$$(2) U = \frac{IB}{nqd}$$

其中 d 是 y 方向的厚度 $d=a$ 。

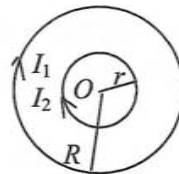
$$n = \frac{IB}{Uqd} = 2.86 \times 10^{20} \text{m}^{-3}$$

8. 两个同心圆线圈，大圆半径为 R ，通有电流 I_1 ；小圆半径为 r ，通有电流 I_2 ，方向如图。若 $r \ll R$ (大线圈在小线圈处产生的磁场近似为均匀磁场)，当它们处在同一平面内时小线圈所受磁力矩的大小等于多少？

解：大圆在中心处产生的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2R} \quad \text{方向垂直纸面向里。}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = 0$$



9. 思考题

在均匀磁场中，载流线圈的取向与所受的磁力矩有何关系？在什么情况下，磁力矩最大？什么情况下磁力矩最小？载流线圈处于稳定平衡时，其取向又如何？

磁场中的磁介质

1. 磁介质有三种, 用相对磁导率 μ_r 表征它们的特性时 [C]

- A 顺磁质 $\mu_r > 0$, 抗磁质 $\mu_r < 0$, 铁磁质 $\mu_r \gg 1$.
- B 顺磁质 $\mu_r > 1$, 抗磁质 $\mu_r = 1$, 铁磁质 $\mu_r \gg 1$.
- C 顺磁质 $\mu_r > 1$, 抗磁质 $\mu_r < 1$, 铁磁质 $\mu_r \gg 1$.
- D 顺磁质 $\mu_r < 0$, 抗磁质 $\mu_r < 1$, 铁磁质 $\mu_r > 0$.

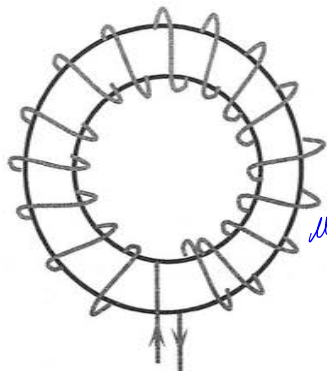
2. 如图所示的一细螺绕环, 它由表面绝缘的导线在铁环上密绕而成, 每厘米绕 10 匝. 当导线中的电流 I 为 2.0A 时, 测得铁环内的磁感应强度的大小 B 为 1.0T, 则可求得铁环的相对磁导率 μ_r 为 [B]

A 7.96×10^2

B 3.98×10^2

C 1.99×10^2

D 63.3



$$B = \mu n I$$

$$\mu = \frac{B}{nI} = \frac{1}{10^3 \times 2}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{2 \times 10^{-3} \times 4\pi \times 10^{-7}}$$

$$= \frac{1}{8\pi \times 10^{-4}}$$

3. 螺绕环中心周长为 l , 环上均匀密绕线圈 N 匝, 线圈中通有电流 I . 管内充满磁导率为 μ 的磁介质. 求管内磁感应强度的大小为 $\mu_r \mu_0 N I / l$.

4. 一根同轴电缆由半径为 R_1 的长导线和套在它外面的内半径为 R_2 、外半径为 R_3 的同轴导体圆筒组成. 中间充满磁导率为 μ 的各向同性均匀非铁磁绝缘材料, 如图. 传导电流 I 沿导线向上流去, 由圆筒向下流回, 在它们的截面上电流都是均匀分布的. 求同轴线内外的磁场强度和磁感应强度的分布.

分区域 I: $r < R_1$

$$H \cdot 2\pi r = \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$$

$$H = \frac{I r}{2\pi R_1^2}, \quad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

II: $R_1 < r < R_2$

$$H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

III: $R_2 < r < R_3$

$$H \cdot 2\pi r = I - \frac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \pi(r^2 - R_2^2)$$

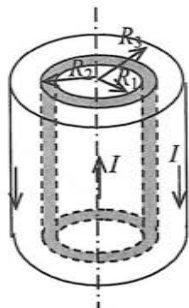
$$= I \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

IV: $r > R_3$

$$H \cdot 2\pi r = 0$$

$$H = 0, \quad B = 0$$



5. 横截面为矩形的环形螺线管, 圆环内外半径分别为 R_1 和 R_2 , 芯子材料的磁导率为 μ , 导线总匝数为 N , 绕得很密, 若线圈通电流 I , 求: (1) 芯子中的 H 值和芯子截面的磁通量. (2) 在 $r < R_1$ 和 $r > R_2$ 处的 H 值.

解: (1) $H \cdot 2\pi r = NI$

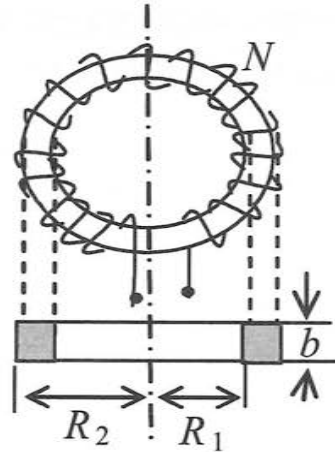
$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

$$\begin{aligned} \phi_m &= \int B \cdot dS \\ &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu NI}{2\pi r} b dr \\ &= \frac{\mu NI b}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

(2) 在 $r < R_1$ 和 $r > R_2$

$$H = 0$$



6 长为 l 的直螺线管, 半径为 $R (R \ll l)$, 均匀密绕线圈 N 匝, 线圈中通有电流 I , 管内充满相对磁导率 μ_r 的磁介质. 求管截面的磁通量.

$$H \cdot l = NI$$

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$B = \mu H = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l}$$

$$\phi = B \cdot S = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l} \pi R^2$$

7. 思考题: 为什么装指南针的盒子不是用铁, 而是用胶木等材料做成的?

电磁感应小结

一、教学要求

1. 理解电动势的概念。
2. 掌握法拉第电磁感应定律。理解动生电动势及感生电动势。
3. 了解电容、自感系数和互感系数。
4. 了解电能密度、磁能密度的概念。
5. 了解涡旋电场、位移电流的概念以及麦克斯韦方程组（积分形式）的物理意义。了解电磁场的物质性。

二、内容提要

(一)、**法拉第电磁感应定律** $\varepsilon_i = -d\Phi/dt$

$$(\varepsilon_i = -d\psi/dt, \psi = N\Phi);$$

$$I_i = \varepsilon_i / R = -(1/R)d\Phi/dt,$$

$$q_i = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = (1/R)(\Phi_1 - \Phi_2);$$

楞次定律(略)。

(二)、**动生电动势** $\varepsilon_i = \int_l \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ 。

(三)、**感生电动势**

$$\varepsilon_i = -d\Phi/dt = - \int_S (\partial \mathbf{B} / \partial t) \cdot d\mathbf{S};$$

感生电场(涡旋电场) \mathbf{E}_i (题库为 \mathbf{E}_i)的性质:

高斯定理 $\oint_S \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{S} = 0,$

安培环路定理 $\oint_l \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = - \int_S (\partial \mathbf{B} / \partial t) \cdot d\mathbf{S}$

感生电场为无源场、有旋场(非保守场), 其电场线为闭合曲线。

(四)、**电感**

自感 $L = \Phi / I (L = \Psi / I), \varepsilon_L = -L dI / dt;$

互感 $M = \Phi_{21} / I_1 = \Phi_{12} / I_2,$

$$\varepsilon_{21} = -M dI_1 / dt, \quad \varepsilon_{12} = -M dI_2 / dt.$$

(五)、**磁场能量**

自感磁能 $W_m = LI^2 / 2,$

磁能密度 $w_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2,$

某磁场空间的磁能 $W_m = \int_V w_m dt = \int_V (1/2) \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dt$

(六)、**位移电流**

$$I_D = d\Phi_D / dt, \quad j_D = \partial \mathbf{D} / \partial t,$$

电位移通量 $\Phi_D = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$

(七)、**麦克斯韦方程组的积分形式**

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho_0 dV, \quad \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S (\partial \mathbf{B} / \partial t) \cdot d\mathbf{S},$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0, \quad \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t) \cdot d\mathbf{S}.$$

(八)、**电磁波的性质**

1. 横波性与偏振性, \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{u} 相互垂直且成右手螺旋;

2. \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 同步变化;

3. $\varepsilon^{1/2} \mathbf{E} = \mu^{1/2} \mathbf{H}$;

4. 电磁波速 $u = 1/(\varepsilon\mu)^{1/2}$,

真空中 $u = c = 1/(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$ 。

5. 电磁波的能量

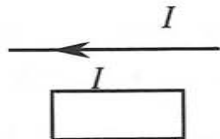
$$w = (1/2)(\mathbf{B} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}) = \varepsilon E^2 = \mu H^2$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{w} \mathbf{v} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

电磁感应 (I)

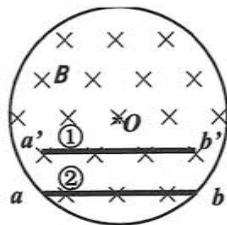
1. 长直导线载有电流 I , 并以 dI/dt 的变化率减小, 一矩形线圈位于导线平面内(如图), 则: [B]

- A 线圈中无感应电流.
- B 线圈中感应电流为顺时针方向.
- C 线圈中感应电流为逆时针方向.
- D 线圈中感应电流方向不确定.



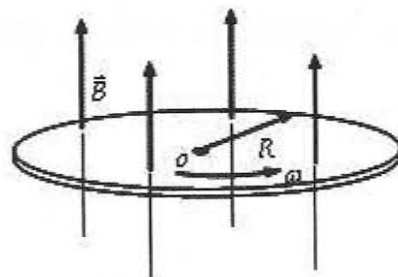
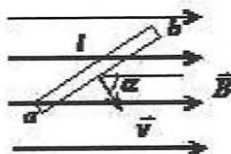
2. 在圆柱形空间内有一均匀磁场, 如图所示, 磁感强度以速率 dB/dt 变化. 两根长度相同的导体棒分别如图放置, 则在①、②这两个位置导体棒内的感应电动势为 [B]

- A $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \neq 0$.
- B $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$.
- C $\mathcal{E}_2 < \mathcal{E}_1$.
- D $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 = 0$.



3. 半径为 a 的无限长密绕螺线管, 单位长度上的匝数为 n , 通以交变电流 $i = I_m \sin \omega t$, 则螺线管外半径为 r 的同轴圆形回路上的感生电动势为 $-\pi a^2 \mu_0 n I_m \omega \cos \omega t$.

4. 如下图, 长度为 l 的直导线 ab 在均匀磁场 \vec{B} 中以速度 \vec{v} 移动, 直导线 ab 中的电动势为 0 .



5. 如上图, 半径为 R 圆铜盘水平放置在均匀磁场中, B 的方向垂直盘面向上, 当铜盘绕通过中心垂直于盘面的轴沿图示方向转动时, 铜盘上感应电动势的大小 $\frac{1}{2} B R^2 \omega$, 方向为沿半径向外。

6. 将形状完全相同的铜环和木环静止放置, 并使通过两环面的磁通量随时间的变化率相等, 则不计自感时: 铜环中感应电动势等于木环中感应电动势(选填: 大于、小于、等于)。

7. 如图所示, 一条平行长直导线和一个矩形导线框共面. 且导线框的一个边与长直导线平行, 它到无限长直导线的距离为 r . 已知长直导线中电流为 $I = I_0 \sin \omega t$, 其中 I_0 和 ω 为常数, t 为时间. 导线框长为 a 宽为 b , 求导线框中的感应电动势.

$$B = \frac{\mu_0 I_0 \sin \omega t}{2\pi r}$$

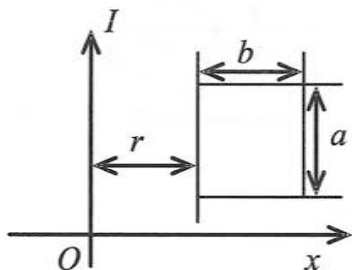
$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int \frac{\mu_0 I_0 \sin \omega t}{2\pi r} a dr$$

$$\phi_m = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \sin \omega t \ln \frac{r+b}{r}$$

$$E = - \frac{d\phi_m}{dt}$$

$$= - \frac{\mu_0 I_0 a \omega}{2\pi} \cos \omega t \ln \frac{r+b}{r}$$



9. 如图所示, 一根长为 L 的金属细杆 ab 绕竖直轴 O_1O_2 以角速度 ω 在水平面内旋转. O_1O_2 在离细 a 端 $L/3$ 处. 若已知地磁场的竖直方向分量为 \vec{B} . 求电势差 $U_a - U_b$.

$$dE = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

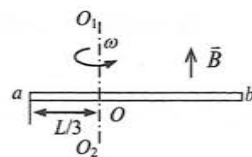
$$= B \omega r dr$$

$$E = \int B \omega r dr$$

$$\text{所以 } U_{a0} = \int_0^{L/3} B \omega r dr = \frac{1}{2} B \omega \left(\frac{L}{3}\right)^2$$

$$U_{b0} = \int_{L/3}^L B \omega r dr = \frac{1}{2} B \omega \left(\frac{2L}{3}\right)^2$$

$$U_a - U_b = -\frac{1}{6} B \omega L^2$$



8. 载有电流的 I 长直导线附近, 一根弯成半径为 b 的半圆环导线 MeN 与长直导线共面, 且端点 MN 的连线与长直导线垂直. 半圆环圆心 O 与导线相距 a . 设半圆环以速度 \vec{v} 平行导线运动, 求半圆环动生电动势的大小和方向.

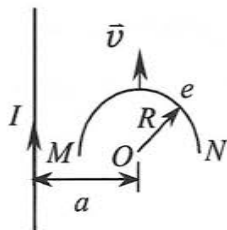
$$E = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int v \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (-\vec{e}_x) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_0^\pi v \frac{\mu_0 I}{2\pi (a+R\cos\theta)} \sin\theta R d\theta$$

$$= - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln(a+R\cos\theta) \Big|_{\theta=0}^{\theta=\pi}$$

$$= - \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a-R}{a+R} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+R}{a-R}$$

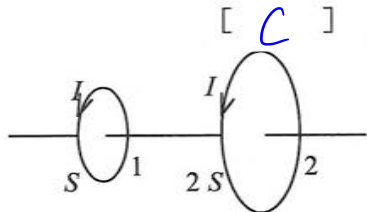


10. 思考题: 在法拉第电磁感应定律中, 负号的意义是什么? 如何根据负号来确定感应电动势的方向?

电磁感应 (II)

1. 面积为 S 和 $2S$ 的两圆线圈 1、2 如图放置, 通有相同的电流 I . 线圈 1 的电流所产生的通过线圈 2 的磁通用 Φ_{21} 表示, 线圈 2 的电流所产生的通过线圈 1 的磁通用 Φ_{12} 表示, 则 Φ_{21} 和 Φ_{12} 的大小关系为:

- [C]
- A $\Phi_{21} = 2\Phi_{12}$.
 B $\Phi_{21} > \Phi_{12}$.
 C $\Phi_{21} = \Phi_{12}$.
 D $\Phi_{21} = \frac{1}{2}\Phi_{12}$.



2. 一个电阻为 R , 自感系数为 L 的线圈, 将它接在一个电动势为 $\mathcal{E}(t)$ 的交变电源上, 线圈的自感电动势为 $E_L = -L \frac{dI}{dt}$, 则流过线圈的电流为:

- [C]
- A $\mathcal{E}(t) / R$
 B $[\mathcal{E}(t) - E_L] / R$
 C $[\mathcal{E}(t) + E_L] / R$
 D E_L / R

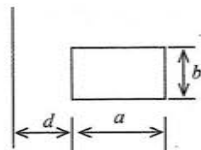
3. 两个相邻的平面圆线圈开始时共轴, 且两圆线圈平面相互平行, 如何可使其互感系数近似为零 [C]

- A 两线圈的轴线互相平行放置; B 两线圈并联;
 C 两线圈的轴线互相垂直放置; D 两线圈串联.

4. 无限长密绕直螺线管通以电流 I , 内部充满均匀、各向同性的磁介质, 磁导率为 μ . 管上单位长度绕有 n 匝导线, 则管内部的磁能密度为 $\frac{1}{2} \mu n^2 I^2$; 若该螺线管体积为 V , 则其自感系数为 $\mu n^2 V$.

5. 真空中两只长直螺线管 1 和 2, 长度相等, 单层密绕匝数相同, 截面积之比 $S_1 / S_2 = 1/4$. 当它们通以相同电流时, 两螺线管自感系数之比 $L_1 / L_2 = \frac{1}{4}$, 贮存的磁能之比 $W_1 / W_2 = \frac{1}{4}$. $B = \mu n I$, $\Phi_m = NBS$, $L = \frac{\Phi_m}{I} = \mu n^2 V$

6. 一长直导线旁有一长为 b , 宽为 a 的矩形线圈, 线圈与导线共面, 长度为 b 的边与导线平行且与直导线相距为 d , 如图. 线圈与导线的互感系数 $M = \frac{\mu b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}$.



7. 一螺绕环单位长度上的线圈匝数 n . 环心材料的磁导率为 $\mu = \mu_0$. 若线圈中磁场的能量密度为 w_m , 线圈中的电流强度 $I = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2w_m}{\mu_0}}$.

8. 同轴电缆内导体的外半径为 R_1 ，外导体是半径为 R_2 的薄导体同轴圆筒；内外导体之间充满了相对磁导率为 μ_r 各向同性均匀磁介质。当电流 I 由内导体经无穷远又从外导体返回时，求单位长度电缆的磁场能量。

由安培环路定理求 B

$$B \cdot 2\pi r = \mu I$$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$W_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2}$$

$$W_m = \int W_m dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi r dr = \frac{\mu I^2}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

9. 如图所示，一半径为 r_2 的导体圆环通以电流 $I = I_0 \sin(\omega t)$ ，里边有一半径为 r_1 总电阻为 R 的导体环，两环共面同心 ($r_2 \gg r_1$)，求小环中的感应电流。

环中电流中心磁场的

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi r_2}{r_2^2} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{r_2}$$



感应电流

$$\vec{i} = \frac{\Sigma}{R} = - \frac{\mu_0 \pi r_1^2 I_0 \omega \cos \omega t}{2 r_2 R}$$

感应电动势 $\Sigma = - \frac{d\phi_m}{dt}$

$$\phi_m = B \cdot \pi r_1^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{r_2} \pi r_1^2$$

$$\Sigma = - \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{r_2} \pi r_1^2 I_0 \omega \cos \omega t$$

10. 一无限长直导线通有电流 $I = I_0 \cos \omega t$ (其中 I_0 、 ω 均为常量)，和长直导线同一平面内有一矩形导线线圈，线圈的一边与直导线平行 (如图)，试求 (1) 直导线与导线线圈之间的互感系数；(2) 线圈中的互感电动势。

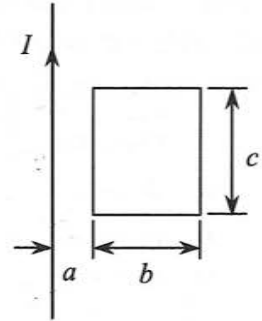
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\phi_m = \int B \cdot dS = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} c \cdot dx = \frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

互感系数

$$M = \frac{\phi_m}{I} = \frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$$\Sigma = -M \frac{dI}{dt} = \frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} I_0 \omega \sin \omega t$$



11. 思考题：当我们把条形磁铁沿铜质圆环的轴线插入铜环中时，铜环中有感应电流和感应电场吗？如用塑料圆环替代铜质圆环，

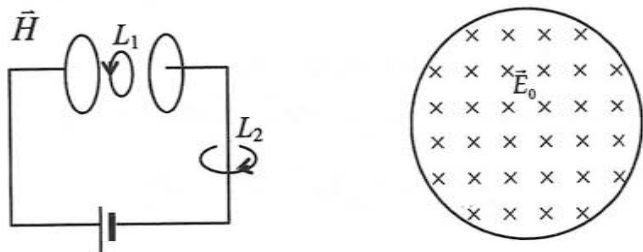
电磁感应 (III)

1. 如图, 平板电容器(忽略边缘效应)充电时, 沿环路 L_1 的磁场强度 \vec{H} 的环流与沿环路 L_2 的磁场强度 \vec{H} 的环流两者, 必有:

[C]

A $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' > \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$; B $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$;

C $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' < \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$; D $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = 0$.



2. 如图所示, 圆柱形空间 (视为真空) 均匀电场, 若电场大小随时间变化率为 $dE_0 / dt = 10 \text{V} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ 则其位移电流密度的大小为 $8.85 \times 10^{-11} \text{A/m}^2$, 单位为 A/m^2 .

3. 将充满电的平行板电容器通过电阻 R 放电, 此时两极板间电场强度的大小为 $E = E_0 e^{-t/RC}$, 式中 E_0 、 R 、 C 均为常数, 则两极板间的位移电流密度的大小为 $\frac{\epsilon_0 E_0}{RC} e^{-t/RC}$, 其方向与

场强方向 相反.

4. 在没有自由电荷与传导电流的变化电磁场中:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S};$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S};$$

5. 反映电磁场基本性质和规律的积分形式的麦克斯韦方程组为

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad (1)$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad (2)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (3)$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}. \quad (4)$$

试判断下列结论是包含于或等效于哪一个麦克斯韦方程的:

- (1) 变化的磁场一定伴随有电场: ②; (2) 磁感线是无头无尾的: ③ (3) 电荷总伴随有电场: ①.

电磁学综合练习

一、选择题

1. 下述各种说法中正确的是:

[C]

A 闭合高斯面内电荷代数和为零时, 高斯面上各点电场强度一定为零;

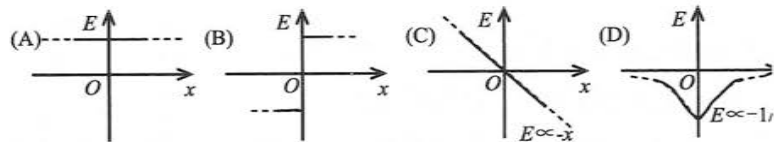
B 闭合高斯面内电荷代数和不为零时, 高斯面上各点电场强度必定处处不为零;

C 闭合高斯面内电荷代数和为零时, 高斯面上各点电场强度不一定处处为零;

D 闭合高斯面上各点电场强度均为零时, 闭合高斯面内必定处处无电荷。

2. 设有一“无限大”均匀带正电荷的平面. 取 x 轴垂直带电平面, 坐标原点位于带电平面上, 则其周围空间各点的电场强度 E 随距离平面的位置坐标 x 变化的关系曲线为(规定场强方向沿 x 轴正向为正、反之为负):

[B]



3. 有 N 个电荷均为 q 的点电荷, 以两种方式分布在相同半径的圆周上: 一种是无规则地分布, 另一种是均匀分布. 比较这两种

情况下在过圆心 O 并垂直于圆平面的 z 轴上任一点 P (如图所示) 的场强与电势, 则有 [C]

A 场强相等, 电势相等.

B 场强不等, 电势不等.

C 场强分量 E_z 相等, 电势相等.

D 场强分量 E_z 相等, 电势不等.

4. 均匀磁场的磁感强度 \vec{B} 垂直于半径为 r 的圆面. 今以该圆周为边线, 作一 hemisphere S , 则通过 S 面的磁通量的大小为 $[\pi r^2 B]$

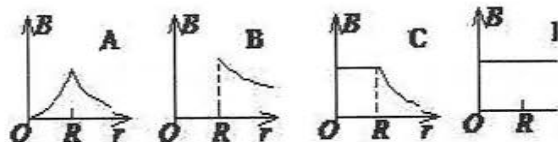
A $2r^2 B$.

B $r^2 B$.

C 0.

D 无法确定的量.

5. 电流沿长直中空的薄壁圆筒导体均匀分布, 圆筒半径为 R , 取中心轴线为 z 轴. 图 A~E 哪一条曲线表示电流在周围空间激发磁场 B 与 r 的关系? [B]



6. 四条皆垂直于纸面的载流细长直导线, 每条中的电流皆为 I . 这四条导线被纸面截得的断面, 如图所示, 它们组成了边长为 $2a$ 的正方形的四个角顶, 每条导线中的电流流向亦如图所

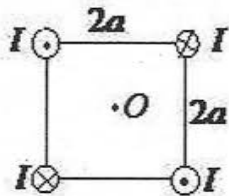
示. 则在图中正方形中心点 O 的磁感强度的大小为 [C]

A $B = \frac{2\mu_0}{\pi a} I$.

B $B = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi a} I$.

C $B = 0$.

D $B = \frac{\mu_0}{\pi a} I$.



7. A 、 B 两个电子都垂直于磁场方向射入一均匀磁场而作圆周运动. A 电子的速率是 B 电子速率的两倍. 设 R_A 、 R_B 分别为 A 电子与 B 电子的轨道半径; T_A 、 T_B 分别为它们各自的周期. 则

[D] $r v B = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$, $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

A $R_A : R_B = 2$, $T_A : T_B = 2$. B $R_A : R_B = \frac{1}{2}$, $T_A : T_B = 1$.

C $R_A : R_B = 1$, $T_A : T_B = \frac{1}{2}$. D $R_A : R_B = 2$, $T_A : T_B = 1$.

8. 顺磁物质的磁导率:

[B]

A 比真空的磁导率略小. B 比真空的磁导率略大.

C 远小于真空的磁导率. D 远大于真空的磁导率.

9. 圆柱形无限长载流直导线置于均匀无限大磁介质之中, 若导线中流过的稳恒电流为 I , 磁介质的相对磁导率为 μ_r ($\mu_r > 1$), 则与导线接触的磁介质表面上的磁化电流 I' 为 [B]

A $(1 - \mu_r)I$. B $(\mu_r - 1)I$.

C $\mu_r I$.

D $\frac{I}{\mu_r}$.

10. 一根长度为 L 的铜棒, 在均匀磁场 \vec{B} 中以匀角速度 ω 绕通过其一端 O 的定轴旋转, \vec{B} 的方向垂直铜棒转动的平面, 如图所示. 设 $t=0$ 时, 铜棒与 Ob 成 θ 角 (b 为铜棒转动的平面上一个固定点), 则在任一时刻 t 这根铜棒两端之间的感应电动势是:

[E]

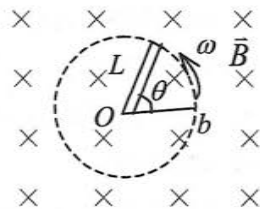
A $\omega L^2 B \cos(\omega t + \theta)$.

B $\frac{1}{2} \omega L^2 B \cos \omega t$.

C $2\omega L^2 B \cos(\omega t + \theta)$.

D $\omega L^2 B$.

E $\frac{1}{2} \omega L^2 B$.

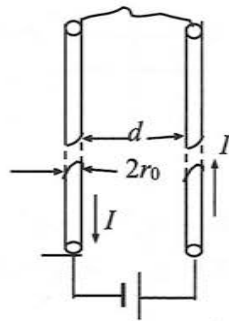


11. 两个相距不太远的平面圆线圈, 怎样可使其互感系数近似为零? 设其中一线圈的轴线恰通过另一线圈的圆心. [C]

A 两线圈的轴线互相平行放置. B 两线圈并联.

C 两线圈的轴线互相垂直放置. D 两线圈串联.

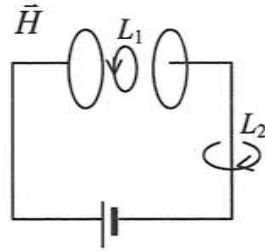
12. 两根很长的平行直导线, 其间距离 d , 与电源组成回路如图. 已知导线上的电流为 I , 两根导线的横截面的半径均为 r_0 . 设用 L 表示两导线回路单位长度的自感系数, 则沿导线单位长度的空间内的总磁能 W_m 为 [A]



- A $\frac{1}{2}LI^2$.
- B ∞
- C $\frac{1}{2}LI^2 + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{r_0}$
- D $\frac{1}{2}LI^2 + I^2 \int_{r_0}^{\infty} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+r)} \right]^2 2\pi r dr$

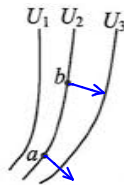
13. 如图, 平板电容器(忽略边缘效应)充电时, 沿环路 L_1 的磁场强度 \vec{H} 的环流与沿环路 L_2 的磁场强度 \vec{H} 的环流两者, 必有 [C]

- A $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' > \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$.
- B $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$.
- C $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' < \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}'$.
- D $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l}' = 0$.



二、填空题

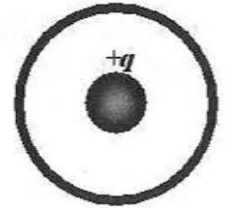
1. 图中所示为静电场的等势(位)线图, 已知 $U_1 > U_2 > U_3$. 在图上画出 a 、 b 两点的电场强度方向, 并比较它们的大小. $E_a > E_b$ (填 $<$ 、 $=$ 、 $>$).



2. 一质量为 m 、电荷为 q 的小球, 在电场力作用下, 从电势为 U 的 a 点移动到电势为零的 b 点. 若已知小球在 b 点的速率为 v_b ,

则小球在 a 点的速率 $v_a = \sqrt{v_b^2 - \frac{2qU}{m}}$

3. 如图所示导体球外有一同心的导体球壳, 内导体球带电荷 $+q$, 外球壳带电荷 $-2q$. 静电平衡时, 外球壳的电荷分布为: 内表面带电 $-q$; 外表面带电 $-q$.

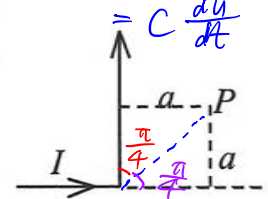


4. 将一根均匀带电细棒弯成半径为 R 的半圆形, 细棒带有正电荷 Q , 将电荷 q 从 ∞ 点移到圆心处, 则电场力做功 $-\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R}$.

5. 一电偶极子由电荷 $q=1.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ 的两个异号点电荷组成, 两电荷相距 $l=2.0 \text{ cm}$, 把这电偶极子放在场强大小为 $E=1.0 \times 10^5 \text{ N/C}$ 的均匀电场中, 电场作用于电偶极子的最大力矩 $2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$. $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$, $10^{-6} \times 0.02 \times 10^5$

6. 加在平行板电容器极板上的电压变化率 $1.0 \times 10^6 \text{ V/s}$, 在电容器内产生 1.0 A 的位移电流, 则该电容器的电容量为 10^{-6} F . $I = \frac{d\phi_0}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \epsilon S \frac{dE}{dt} = \frac{\epsilon S}{d} \frac{dU}{dt} = C \frac{dU}{dt}$

三、一无限长载有电流 I 的直导线在一处折成直角, P 点位于导线所在平面内, 距一条折线的延长线和另一条导线的距离都为 a , 如图. 求 P 点的磁感强度 \vec{B} .



任意长直导线产生的磁感
 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$
 所以水平导线产生的磁感
 $B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{4}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ 方向 \odot
 竖直导线产生的磁感
 $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \frac{\pi}{4} - \cos \pi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$ 方向 \odot

总的磁感强度
 $B = B_2 - B_1$
 $= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sqrt{2}$
 方向 \odot .

四、一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为 $\rho = \frac{qr}{\pi R^4}$

($r < R$) (q 为一正的常量); $\rho = 0$ ($r > R$), 试求: (1) 带电球体的总电荷; (2) 球内、外各点的电场强度; (3) 球内、外各点的电势.

解: 以总电荷

$$Q = \int_0^R \rho \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_0^R \frac{qr}{\pi R^4} \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{4q}{R^4} \int_0^R r^3 dr$$

$$= q$$

(2) $r > R$ 时.

由 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$r < R$ 时

球面内的电荷量

$$q' = q \frac{r^4}{R^4}$$

$$E = \frac{q' r^2}{4\pi \epsilon_0 R^4}$$

(3) $r > R$ 时

$$V = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

$r < R$ 时.

$$V = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R} + \int_R^r \frac{q r'^2}{4\pi \epsilon_0 R^4} dr'$$

$$= \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R} + \frac{q}{12\pi \epsilon_0 R^4} (r^3 - R^3)$$

六、假设把氢原子看成是一个电子在与质子的库仑力作用下沿轨道绕核作匀速率圆周运动. 已知圆轨道的半径为 r , 电子电量为 e , 质量为 m_e . 将该氢原子置于磁感强度为 \vec{B}_0 的均匀外磁场中并忽略磁场对电子运动产生的影响, 求 (1) 电子绕核运动等效电流的大小; (2) 氢原子中电子的轨道磁矩; (3) 此氢原子在外磁场中所受的最大力矩 \vec{M}_{\max} 的大小.

解: (1) 圆周运动

$$F = m_e a$$

$$\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r m_e}}$$

$$I = \frac{e}{T}$$

$$= \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}}$$

$$= \frac{ev}{2\pi r}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi r \sqrt{\pi \epsilon_0 r m_e}}$$

(2) $m = IS$

$$= \frac{e^2}{4\pi r \sqrt{\pi \epsilon_0 r m_e}} \pi r^2$$

$$= \frac{e^2 r}{4 \sqrt{\pi \epsilon_0 r m_e}}$$

(3) $M_{\max} = m B_0$

$$= \frac{e^2 r B_0}{4 \sqrt{\pi \epsilon_0 r m_e}}$$

五、两块面积为 S 的平行导体薄板 A 、 C 间距为 d , 分别带等量异号电荷 $\pm Q$, 其间平行地插入一块同样大小、厚度为 t 的导体板 B 如图所示. 忽略电场的边缘效应, 求 (1) 电容器的电场能量; (2) 抽走导体板 B 后的电场能量增大了多少?

解: (1) 电场

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S^2}$$

总电场能量

$$W_e = w_e V$$

$$= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S^2} \cdot S \cdot (d-t)$$

$$= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} (d-t)$$

(2) 将 B 板抽走

电荷面密度 σ 不变

所以电场 E 不变

电场能量增加

$$\Delta W_e = w_e \Delta V$$

$$= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S^2} S \cdot t$$

$$= \frac{Q^2 t}{2\epsilon_0 S}$$

